

Géométrie II

Série 10

Ex.1 *

A l'aide des manipulations sur les mots, montrer que $aabb$ et $ab\bar{a}b$ définissent la même surface. Nommer cette surface.

Ex.2 *

A partir de deux mots m_1 et m_2 , on peut construire un nouveau mot m_1m_2 en les juxtaposant. On appelle cela *concaténer* les mots.

Faire un dessin illustrant cette opération au niveau des surfaces associés, *i.e.* montrant comment obtenir la nouvelle surface à partir des anciennes. Cette nouvelle surface est appelée *somme connexe* des deux autres.

Ex.3 *

Pour tout mot m , on note S_m la surface associée. On considère les opérations *Flip* et *Cyc* sur les mots qui, respectivement, renverse le sens de lecture et permute cycliquement les lettres :

$$\begin{array}{ccc} \text{Flip:} & \begin{array}{ccc} \{\text{mots}\} & \longrightarrow & \{\text{mots}\} \\ a_1a_2 \cdots a_n & \longmapsto & \bar{a}_n \cdots \bar{a}_2\bar{a}_1 \end{array} & \text{Cyc:} & \begin{array}{ccc} \{\text{mots}\} & \longrightarrow & \{\text{mots}\} \\ a_1a_2 \cdots a_{n-1}a_n & \longmapsto & a_n a_1 a_2 \cdots a_{n-1} \end{array} \end{array} .$$

Montrer que pour tout mot w , les surfaces S_w , $S_{\text{Flip}(w)}$ et $S_{\text{Cyc}(w)}$ sont homéomorphes.

Ex.4 *

Calculer la caractéristique d'Euler et l'orientabilité des surfaces associés aux mots $abcb\bar{a}\bar{c}$, $ab\bar{a}\bar{c}\bar{b}\bar{c}$ et $abcb\bar{a}\bar{c}$.

Ex.5 *

Soit $f: X \longrightarrow Y$ et $g: Y \longrightarrow Z$ deux applications quotients entre espaces topologiques. Montrer que leur composition $g \circ f: X \longrightarrow Z$ est également une application quotient.