Université de Genève
Section de Mathématiques

Automne 2009

Géométrie II

Série 11

Ex.1 *
Soit $f\colon X \longrightarrow Y$ et $g\colon X \longrightarrow Z$ deux applications quotient satisfaisant, pour tous $x, y \in X$,

$$f(x) = f(y) \Leftrightarrow g(x) = g(y).$$

Montrer que Y et Z sont homéomorphes.

Montrer, par un contrexemple, que l'affirmation tombe en défaut si g n'est plus supposée être une application quotient.

Ex.2 *
A l'aide de la question précédente, montrer que les mots $x_1 a x_2 y_1 \overline{a} y_2$ et $x_2 a x_1 y_2 \overline{a} y_1$, où x_1, x_2, y_1, y_2 sont des sous-mots et a une lettre, donnent des surfaces homéomorphes.

Ex.3 *

a. Trouver un mot w dont la surface associée est la somme connexe d'un tore avec l'espace projectif $P\mathbb{R}^2$.
b. A l'aide des invariants o et χ, identifier cette surface et donner le mot standard w' qui lui est associé.
c. Trouver une suite de modifications élémentaires sur les mots permettant de passer de w à w'.