Géométrie hyperbolique & groupes fuchsiens

Série 12

1. Montrer que dans tout groupe fuchsien, deux éléments hyperboliques ne peuvent pas avoir exactement un point fixe commun.

2. Soit $P \subset \mathbb{D}$ un octogone convexe régulier dont tous les angles font $\pi/4$.

   i. Montrer qu'un tel polygone existe.

   On note $\tau_1^{\pm 1}$, $\tau_2^{\pm 1}$, $\tau_3^{\pm 1}$ et $\tau_4^{\pm 1}$ les huit isométries hyperboliques qui envoient chacune un coté de P sur son coté opposé.

   ii Montrer que $\Gamma = \langle \tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4 \rangle$ est fuchsien.

   On pose $\Sigma = \mathbb{D}/\Gamma$.

   iii. Identifier topologiquement Σ. Cette construction induit-elle une structure hyperbolique sur tout Σ ?

   iv. Cette construction peut-elle s'adapter au cas du tore ?