

Preparation pour les oraux d'Option C

Programme spécifique de l'option C.

1. Représentation et manipulation des entiers longs, flottants multiprécision, nombres complexes, polynômes, éléments de $\mathbf{Z}/n\mathbf{Z}$ et des corps finis. Addition, multiplication, division, extraction de racine carrée.
2. Algorithmes algébriques élémentaires.
Exponentiation ($n \mapsto a^n$, pour $n \in \mathbf{N}$), algorithme d'EUCLIDE étendu.
Test de primalité de FERMAT.
3. Matrices à coefficients dans un corps.
Méthode du pivot de GAUSS, décomposition LU. Calcul du rang, du déterminant.
Exemples de codes correcteurs linéaires : codes de répétition, codes de HAMMING binaires.
4. Matrices à coefficients entiers.
Opérations élémentaires sur les lignes et les colonnes. Application aux systèmes linéaires sur \mathbf{Z} et aux groupes abéliens de type fini.
5. Polynômes à une indéterminée.
Évaluation (schéma de HORNER), interpolation (LAGRANGE, différences finies).
Localisation des racines dans \mathbf{R} ou \mathbf{C} : majoration en fonction des coefficients.
6. Polynômes à plusieurs indéterminées.
Résultants, élimination ; intersection ensembliste de courbes et de surfaces algébriques usuelles.
7. Estimation de la complexité des algorithmes précités dans le pire des cas. Aucune formalisation d'un modèle de calcul n'est exigée.

Il faut lire attentivement Chapitre 6 (**Épreuve orale de modélisation**) du rapport du jury, en particulier §6.1 (**Organisation de l'épreuve de modélisation**), §6.2 (**Utilisation de l'outil informatique**), et §6.5 (**Option C: Algèbre et Calcul formel**). En particulier (voir en §6.1), chaque texte est surmontés du bandeau suivant :

Il est rappelé que le jury n'exige pas une compréhension exhaustive du texte. Le jury apprécie en effet que le candidat reste honnête quant à sa compréhension du texte, plutôt que de se lancer dans une présentation des parties du texte qu'il ne comprend absolument pas. Vous êtes laissé(e) libre d'organiser votre discussion comme vous l'entendez. Des suggestions de développement, largement indépendantes les unes des autres, vous sont proposées en fin de texte. Vous n'êtes pas tenu(e) de les suivre. Il vous est conseillé de mettre en lumière vos connaissances à partir du fil conducteur constitué par le texte. Le jury appréciera que la discussion soit accompagnée d'exemples traités sur ordinateur. Le jury aura le texte sous les yeux, mais vous devez considérer qu'il ne l'a pas lu.

et cette section (§6.1) précise les recommandations :

Recommandations du jury

Le jury attache un intérêt particulie à l'effort de modélisation (qu'on peut définir comme le passage du "concret" aux mathématiques), à la mise en perspective des applications présentées, ainsi qu'aux illustrations permises par lesmoyens informatiques mis à disposition des candidats.

Le principal travers observé chez les candidats est la répétition linéaire du texte, y compris des passages non compris en espérant que le jury ne demandera pas de détails. Rappelons qu'utiliser des notions que l'on ne comprend pas, dans cette épreuve comme dans les autres, est une faute lourdement sanctionnée. Enfin, rappelons qu'*aucun développement n'est attendu*.

Le candidat est libre de proposer des démonstrations de résultats utilisés, mais le jury peut les refuser, ou demander au candidat d'en donner seulement les grandes lignes.

Quelques qualités appréciées : prise de distance et d'initiative par rapport au texte, étude d'un

exemple ou d'un cas simple pour comprendre le texte et le faire comprendre au jury, simplification ou, à l'inverse, généralisation du problème proposé, étude qualitative ou heuristique, critique du modèle.

Sur le plan

Il est conseillé aux candidats de présenter un plan succinct de leur exposé, précisant les moments où ils comptent présenter leurs simulations informatiques. Ceci permet au jury de guider les candidats dans leur gestion du temps.

Sur la présentation

Nous rappelons ici que l'agrégation est un concours visant à recruter des enseignants. Ainsi seront appréciés une bonne gestion du tableau, un exposé clair et pédagogique, et une bonne capacité à effectuer des calculs analytiques clairs, corrects et lisibles.

Autres remarques du jury (extraits de §6.1)

Introduction et conclusion :

Le jury n'ayant a priori pas lu le texte, le candidat commencera par présenter celui-ci. Un plan en début d'exposé est apprécié, annonçant en particulier les propriétés du modèle que le candidat va dégager. Il est important d'expliquer le problème et le modèle, de l'illustrer, ainsi que d'y revenir en fin d'exposé. Le modèle mathématique a-t-il les propriétés attendues ? Des propriétés parasites surprenantes ? A-t-on résolu le problème posé ?

La programmation :

Il est vivement souhaité que des illustrations informatiques (simulation, résolution numérique ou formelle, cas particuliers éclairants ...) soient présentées, mais il ne s'agit pas d'une épreuve de programmation. Un programme qui ne fonctionne pas n'est en rien rédhibitoire et le jury appréciera un regard critique du candidat sur une tentative non aboutie. Une utilisation raisonnée des fonctions des logiciels disponibles est plus appréciée qu'une reprogrammation d'algorithmes standards. Bien intégré dans l'exposé, un tel travail peut en revanche devenir pertinent pour illustrer les insuffisances d'une méthode naïve.

Les démonstrations :

S'il est exclu de plaquer une démonstration d'un théorème du programme dans l'exposé, les démonstrations mathématiques de certaines assertions du texte sont très appréciées. Lorsqu'une démonstration est ébauchée dans le texte, le candidat peut choisir de la compléter. Il est alors particulièrement apprécié que le candidat précise les points mathématiques nécessaires pour une démonstration rigoureuse. Le candidat peut, tout comme le texte, utiliser des arguments heuristiques s'il les signale comme tels. Cependant le candidat ne doit pas oublier qu'il s'agit d'une épreuve de l'agrégation externe de mathématiques, et qu'un exposé ne comportant aucun argument mathématique précis est vivement déconseillé.

À ne pas faire :

Le principal travers observé chez les candidats est la répétition linéaire du texte, y compris des passages non compris en espérant que le jury ne demandera pas de détails. Rappelons qu'utiliser des notions que l'on ne comprend pas, dans cette épreuve comme dans les autres, est une faute lourdement sanctionnée. Enfin, rappelons qu'aucun développement n'est attendu. Le candidat est libre de proposer des démonstrations de résultats utilisés, mais le jury peut les refuser, ou demander au candidat d'en donner seulement les grandes lignes.

À faire :

Quelques qualités appréciées : prise de distance et d'initiative par rapport au texte, étude d'un exemple ou d'un cas simple pour comprendre le texte et le faire comprendre au jury, simplification ou, à l'inverse, généralisation du problème proposé, étude qualitative ou heuristique, critique du modèle.