Caractérisation de la classe d'isotropie d'un tenseur d'élasticité

Boris Kolev*

Journées AGT, 14 et 15 Juin 2018

Résumé

En mécanique des solides, lorsque la matière est légèrement déformée, l'état local est modélisé, en chaque point du matériau, par un tenseur symétrique de second ordre $\boldsymbol{\varepsilon}$, le *tenseur des déformations*, et les efforts intérieurs (qui assurent la cohésion du matériau), par le tenseur des contraintes de Cauchy $\boldsymbol{\sigma}$.

Les déformations et les contraintes sont reliées par une *loi de comportement* (propre à chaque matériau). Le modèle le plus simple (élasticité linéaire) consiste à stipuler une relation linéaire entre ces deux tenseurs

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{E}\boldsymbol{\varepsilon}$$

dans lequel $\mathbf{E}$ est un tenseur du quatrième ordre, appartenant à un espace $\mathbb{E}\mathrm{la}$ de dimension 21. D'un point de vue physique, cette relation, qui est une généralisation tensorielle de la *loi de Hooke* pour un ressort

$$F = k\Delta x,$$

caractérise les propriétés élastiques d'un matériau homogène dans l'hypothèse des petites déformations.

Un tenseur d'élasticité $\mathbf{E}$ représente un matériau homogène dans une orientation spécifique et une rotation du corps résulte en un autre tenseur d'élasticité $\overline{\mathbf{E}}$ représentant le même matériau. D'un point de vue mathématique, un matériau homogène anisotrope est donc représenté par une orbite de l'action du groupe $\mathrm{SO}(3,\mathbb{R})$ sur $\mathbb{E}\mathrm{la}$.

Cette représentation possède 8 classes de symétries et la détermination de cette symétrie est un problème très important en pratique. Je présenterai quelques travaux récents sur ce problème : la caractérisation des classes de symétrie de ce tenseur à l'aide de covariants polynomiaux (problème académique) et la détermination d'un tenseur ayant la symétrie la plus proche d'un tenseur bruité (problème réel).

Ceci est un travail en commun avec Boris Desmorat, Rodrigue Desmorat et Marc Olive.

*Boris Kolev, LMT, ENS Cachan, CNRS, Université Paris-Saclay, France.