

# UNE ÉQUATION DE COVARIANCE

EL HASSAN YOUSSEFI

## Résumé

Soit  $\mathbb{S}$  un semi-groupe commutatif et unitaire d'élément neutre  $e$  et soit  $\mathbb{S}'$  l'espace des fonctions multiplicatives non identiquement nulles sur  $\mathbb{S}$  muni de la topologie de la convergence simple. Étant donné un compact  $\Gamma$  dans  $\mathbb{S}'$  et une fonction continue  $F : \Gamma \rightarrow \mathbb{C}$ , on montre qu'une mesure borélienne complexe  $\mu$  sur  $\Gamma$  telle que  $\mu(\Gamma) \neq 0$  vérifie l'équation

$$\mu(\Gamma) \int_{\Gamma} \varrho(s) \overline{\varrho(t)} |F|^2(\varrho) d\mu(\varrho) = \int_{\Gamma} \varrho(s) F(\varrho) d\mu(\varrho) \int_{\Gamma} \overline{\varrho(t)} \overline{F(\varrho)} d\mu(\varrho)$$

pour tous  $(s, t) \in \mathbb{S} \times \mathbb{S}$  si et seulement si il existe  $\gamma \in \Gamma$  tel que le support de  $\mu$  soit contenu dans  $\{F = 0\} \cup \{\gamma\}$ . De nombreuses applications de cette caractérisation sont données. En particulier, la réduction de notre théorème au cas du semi-groupe additif des entiers naturels  $(\mathbb{N}_0, +)$  résout, dans un contexte très général, un problème posé par El Fallah, Klaja, Kellay, Mashregui and Ransford en 2016. D'autres conséquences de notre résultat sont offertes; certaines illustrent la nature probabiliste du problème étudié ici et d'autres établissent des propriétés extrêmes des noyaux analytiques.

*E-mail address*, E.H. Youssfi: `el-hassan.youssfi@univ-amu.fr`

---

*Key words and phrases.* Toeplitz operator, finite rank, covariance equation, generalized Laplace transforms, harmonic analysis on semigroups, Bergman kernel.