CMI, Université de Provence
Année 2009-2010

Licence 3ème année

TP1: Initiation a Scilab

1 Lancer Scilab-se placer dans un répertoire

1. Créer un répertoire spécifique pour les TP de Scilab (appelé par exemple *TPscilab*).
2. Lancer Scilab à l'aide de la commande `scilab` dans un terminal. Se placer dans le répertoire de travail *TPscilab* .

   En écrivant `scilab&` *vous pourrez continuer à travailler dans la fenêtre de Terminal (bloquée autrement jusqu'à la fin de votre session Scilab).*
3. Quitter Scilab à l'aide de la commande `exit` ou `quit`.
4. Relancer Scilab. Êtes vous encore dans le bon répertoire de travail ? A quoi servent les commandes `pwd` et `cd` ?

2 Utiliser l'aide en ligne-sauvegarder

Taper `help`. Chercher l'aide sur la commande `matrix`. Quelle est la différence entre les commandes `help matrix` et `apropos matrix` ?

Si vous le désirez vous pouvez travailler dans un fichier procédure `tp1.sce` *que vous executez dans la fenêtre de commande* `scilab` *à l'aide de* `-> exec tp1.sce`. *Cela vous permet de garder la mémoire des commandes que vous avez tapées.*

Utiliser l'aide si besoin est pour effectuer les opérations suivantes.

1. Créer deux nombres a et b. Calculer c leur somme, d leur produit. Rappeler la valeur de a. Recommencer ces opérations avec un `;` à la fin de la ligne de commande.

   Que se passe-t-il ? La commande `;` *est particulièrement importante pour les données et calculs de grande et très grandes tailles.*
2. Que donnent les résultats 1/0, 0/0, -225^{225} ? Afficher le nombre $\sqrt{3} * 18$ avec 5 chiffres significatifs.

   Scilab contient un certain nombre de fonctions prédéfinies que vous pouvez retrouver dans la rubrique "Elementary functions".

3. Construire une matrice carrée A de taille $45 * 45$ qui ne comporte que des 1, une matrice B de taille $100 * 100$ qui ne comporte que des zéros. Calculer le produit matriciel noté C de $A_1 = \begin{pmatrix} 0.1 & 2 & -cos(2) \\ 0.4 & 3 & 5 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ et $B_1 = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.4 & -1 \\ 2 & 3 & 1 \\ -cos(2) & 5 & 1 \end{pmatrix}$.
Calculer la trace de C, son déterminant, son rang. Quelle est la fonction qui permet d'extraire la diagonale de cette matrice ?

4. A quoi sert la commande `who` ?

5. Sauver dans un fichier les valeurs de a, b, c, d à l'aide de la commande `save`.

6. Effacer toutes les variables de l'espace de travail à l'aide de la commande `clear`.

7. Restaurer ce qui est possible à l'aide de la commande `load`.

3 Plus loin avec les matrices et vecteurs

1. Construire le vecteur colonne $V_1 = (1, 2, 3, ..., 9)$ en tapant moins de 8 caractères. Même problème avec le vecteur colonne $V_2 = (e, -e, -3e, ... - 13e, -15e)$ en tapant moins de 20 caractères.

2. Construire en tapant moins de 10 caractères le vecteur $V_3 = (sin(e), sin(-e), sin(-3e), .., sin(-15e))$.

3. Comparer la différence entre les deux opérations $V1. * V2$ et $V1 * V2$.

   Scilab autorise sur les matrices et vecteurs des opérations "coordonnée par coordonnée".

4. Générer deux matrices carrées de même taille et à coefficients entiers A et B et les utiliser pour montrer la différence entre $A. * B$, $A * B$, $A.\hat{\ }4$, $A\hat{\ }4$.

5. Vérifier que A et B sont inversibles. Si non en générer deux autres matrices inversibles A_1 et B_1 et les utiliser à la place de A et B dans ce qui suit.

6. A quelle opération correspond A/B ? Et $A \setminus B$? Et enfin $A./B$? Résoudre le système linéaire $\begin{cases} x & +2y & +3z & = 1 \\ 4x & +5y & +6z & = 2 \\ 7x & +8y & +10z & = 3 \end{cases}$ Obtenez vous la solution exacte grâce à Scilab ?

7. Calculer le produit $D = V_1 * V_1^t$ où V_1^t est le transposé de V_1. Utiliser la commande `size` pour vérifier que D est une matrice carrée dont on précisera la taille. Donner en utilisant une commande automatique la valeur du coefficient de D de la 11ème ligne et 8ème colonne. Construire la matrice D_2 extraite de D basée sur les lignes $1, 3, 5, 7, 9$ et les colonnes $2, 4, 6$.

4 Graphes

1. On veut tracer la fonction $x \mapsto \sin(x)$ sur l'intervalle $[0, \frac{5\pi}{2}]$. On n'a pas intéret à utiliser une des trois syntaxes suivantes. Laquelle et pourquoi ?

   Il est recommandé pour cette question et la suivante de ne pas "tester" le code mais d'utiliser sa tête !

   ```
   ->x=[0 5*%pi/2];
   ->y=sin(x);
   ->plot(x,y)
   ```

   ```
   ->x=linspace(0,5*%pi/2,100);
   ->y=sin(x);
   ->plot(x,y)
   ```

   ```
   ->x=0:0.01:7.86;
   ->y=sin(x);
   ->plot(x,y)
   ```

2. On veut tracer la fonction $x \mapsto x^2$. Quel script a-t-on intéret à utiliser ?

   ```
   ->x=0:01:10;
   ->y=x.^2;
   ->plot(x,y)
   ```

   ```
   ->x=0:001:10;
   ->y=x^2;
   ->plot(x,y)
   ```

   ```
   ->x=linspace(0,1,10);
   ->y=x.^2;
   ->plot(x,y)
   ```

   ```
   ->x=[0 10];
   ->y=x.^2
   ->plot(x,y)
   ```

3. Tracer sur le même graphe les deux fonctions $x \mapsto x\sin(25/x)$ et $x \mapsto x$ (cette dernière étant en pointillé) sur l'intervalle $[0, 1]$, en plaçant des légendes et titres et en vous organisant pour bien visualiser les deux fonctions. Les tracer ensuite sur deux graphes l'un au dessus de l'autre dans la même fenêtre graphique, sur deux graphes l'un à côté de l'autre dans la même fenêtre, enfin dans deux figures différentes.

5 Un peu de programmation

On va maintenant s'initier à la programmation avec Scilab.

La méthode de la dichotomie permet de rechercher les zéros d'une fonction continue, soient les points x pour lesquels $f(x) = 0$ à condition que l'on puisse déterminer facilement le signe de $f\left(\frac{a+b}{2}\right)$.
Soit $x \mapsto f(x)$ une fonction continue, et $a < b$ tels que $f(a)f(b) < 0$, $f(b) > 0$, et f est strictement monotone sur $[a, b]$.

Alors une dichotomie permet de trouver facilement la solution $f(y) = 0$

- *Partir du couple de valeurs (a, b).*
- *Evaluer la fonction en $\frac{a+b}{2}$.*
- *Si $f(a)f\left(\frac{a+b}{2}\right) > 0$ remplacer a par $\frac{a+b}{2}$, sinon remplacer b par $\frac{a+b}{2}$.*
- *Recommencer à partir du nouveau couple de valeurs jusqu'à atteindre la précision voulue.*

1. Programmer une bibliothèque de fonctions sur laquelle tester la méthode. Par exemple $x \mapsto x^3 - 2$, $x \mapsto -e^{x^2} + 5$ et $x \mapsto \frac{x}{8}(63x^4 - 70x^2 + 15)$ (polynôme de Legendre d'ordre 5).

2. Programmer la méthode de dichotomie en rentrant par exemple en paramètres a, b, la fonction f, et la précision ϵ avec laquelle on souhaite approcher la racine.

   N'hésitez pas à utiliser les outils graphiques pour visualiser les résultats obtenus par votre programme.

   Qu'est-il souhaitable d'ajouter au programme pour aider l'utilisateur en particulier pour le cas de la troisième fonction ?

3. Comment pouvez vous améliorer votre programme afin d'étudier le nombre d'itérations en fonction de la précision voulue ?

   On pourra chercher à démontrer et à illustrer le résultat suivant:

   Soit f une fonction continue strictement monotone sur l'intervalle $[a, b]$ telle que $f(\alpha) = 0$ avec $\alpha \in [a, b]$.
   On pose $(a^{(0)}, b^{(0)}) = (a, b)$ et $x^{(0)} = \frac{a^{(0)}+b^{(0)}}{2}$. Soient $(a^{(n)}, b^{(n)}, x^{(n)})$ définis par

$$\left\{ \begin{array}{l} \quad x^{(n)} = \frac{a^{(n)}+b^{(n)}}{2} \\ \textbf{si } f(a^{(n)})f(x^{(n)}) < 0, \quad a^{(n+1)} = a^{(n)} \quad b^{(n+1)} = x^{(n)} \\ \textbf{si } f(a^{(n)})f(x^{(n)}) > 0, \quad a^{(n+1)} = x^{(n)} \quad b^{(n+1)} = b^{(n)} \end{array} \right. \tag{1}$$

   Alors $e^{(n)} = x^{(n)} - \alpha$ vérifie $|e^{(n)}| \leq \frac{b-a}{2^{n+1}}$ et pour avoir $|e^{(n)}| \leq \varepsilon$ avec $\varepsilon > 0$, il suffit d'avoir $n \geq \frac{\ln((b-a)/\varepsilon)}{\ln(2)} - 1$.