Controle TP Algebre matricielle numérique
Licence 307
Année 2005-2006

Ouvrir un fichier dans l'éditeur de Scilab dont la 1ere ligne contient

```
//Nom.Prenom
```

EN EVITANT LES CARACTERES SPECIAUX (accents, blancs,...).
Sauvegarder votre fichier sous le nom : `Nom.sce`

Exercice 1 : Soit a, b, c, trois nombres réels. En utilisant la fonction `diag` de Scilab, implémenter une fonction

```
function [M] = gener(n,a,b,c)
```

qui construit la matrice bande M de taille (n, n) de la forme suivante

$$M = \begin{pmatrix} a & b & c & 0 & \cdots & 0 \\ b & a & b & c & \ddots & \vdots \\ c & b & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & c & \ddots & \ddots & \ddots & c \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & b \\ 0 & \cdots & 0 & c & b & a \end{pmatrix}.$$

Exercice 2 : Le but de cet exercice est de transformer une matrice symétrique en une matrice tridiagonale symétrique.
1) Ecrire la fonction

```
function [H]=hholder(a)
```

qui prend en entrée un vecteur a non nul et renvoie la matrice de Householder H tq $H(a)$ soit colinéaire au vecteur canonique e_1. On rappelle que H est donnée par la formule

$$H = I - 2(v * v^T)/(v^T * v),$$

où v est le vecteur

$$v = a - \|a\|_2 e_1.$$

2) Ecrire une fonction

```
function [T]=tridiag(A)
```

qui prend en entrée une matrice carrée A symétrique et renvoie une matrice tridiagonale T obtenue de la maniere suivante.
a) On initialise $T = A$.
b) Pour $k = 1..(n-2)$, où n désigne la taille de A,
- On considere le vecteur constitué des $n-k$ dernieres composantes de la colonne k de T et on construit la matrice de Householder V qui envoie ce vecteur sur un multiple du vecteur canonique e_1.
- On construit ensuite la matrice par blocs

$$B = \begin{pmatrix} I_k & 0 \\ 0 & V \end{pmatrix}.$$

- On met a jour T en la multipliant à gauche **et** à droite par B.
c) On renvoie T (éventuellement en utilisant la fonction `clean` pour mettre à zéro les éléments très petits de T).

3) Tester votre fonction `tridiag` sur la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

On pourra éventuellement utiliser la fonction `gener(n,a,b,c)` (si elle marche) pour construire cette matrice. Ecrivez la matrice T obtenue par votre programme en commentaire dans votre fichier (sous forme Scilab avec 2 chiffres décimaux seulement pour chaque élément de la matrice).