Controle TP Algebre matricielle numérique
Licence 307
Année 2006-2007

Ouvrir un fichier dans l'éditeur de Scilab dont la 1ere ligne contient

```
//Nom.Prenom
```

puis EN EVITANT LES CARACTERES SPECIAUX (accents, blancs,...).
sauvegarder votre fichier sous le nom : `Nom.sce`

Question 1 : Ecrire une fonction

```
function [x,iter] = jacobi(A,b)
```

qui résoud le système linéaire $Ax = b$ par la méthode de Jacobi. On utilisera pour cela une suite de vecteurs x_k définis par récurrence avec pour vecteur initial x_0 le vecteur dont toutes les coordonnées valent 1. On arrêtera les itérations lorsque le quotient

$$\|x_{k+1} - x_k\|_2 / \|x_k\|_2$$

sera inférieur à 10^{-6}. La fonction `jacobi` devra renvoyer la solution approchée obtenue x ainsi que le nombre `iter` d'itérations utilisées.

Question 2 : On souhaite tester la fonction `jacobi` avec la matrice tridiagonale de taille 10 suivante,

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 2 & 1 & \ddots & \vdots \\ 0 & 1 & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 1 \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

et le vecteur $b = (1, 2, \ldots, 10)^t$.
a) Pour éviter de définir A et b en les tapant à la main, on commencera par écrire une fonction

```
function [A,b] = constructAb()
```

qui renvoie la matrice A et le vecteur b en sortie (en utilisant des commandes élémentaires de Scilab).
b) En commentaire dans votre fichier, écrivez les coordonnées de la solution x obtenue (avec 2 chiffres décimaux seulement) par votre programme `jacobi` ainsi que le nombre d'itérations utilisées.

Question 3 : Ecrire une fonction

```
function [x,iter] = relax(A,b,w)
```

comme dans la question 1) mais où l'on remplace la méthode de Jacobi par la méthode de relaxation. On rappelle que cette méthode correspond au découpage suivant de la matrice A,

$$A = \left(\frac{D}{w} - E\right) - \left(\frac{1-w}{w}D + F\right),$$

(le paramètre $0 < w < 2$ figure en entrée de la fonction `relax`).

Question 4 : Utilisez votre fonction `relax` pour calculer la solution approchée de $Ax = b$ par la méthode de Gauss-Seidel, avec la matrice A et le vecteur b de la question 2). Si vous trouvez la même solution que dans l'exercice 2, écrivez, en commentaire dans votre fichier, le nombre d'itérations N utilisées par le programme `relax`. Conclusion ?

Question 5 : Quelle commande Scilab peut-on utiliser pour être sûr que la méthode de Jacobi converge quand on l'applique à la matrice A de la question 2) ? Utilisez cette commande et conclure en commentaire de votre fichier.