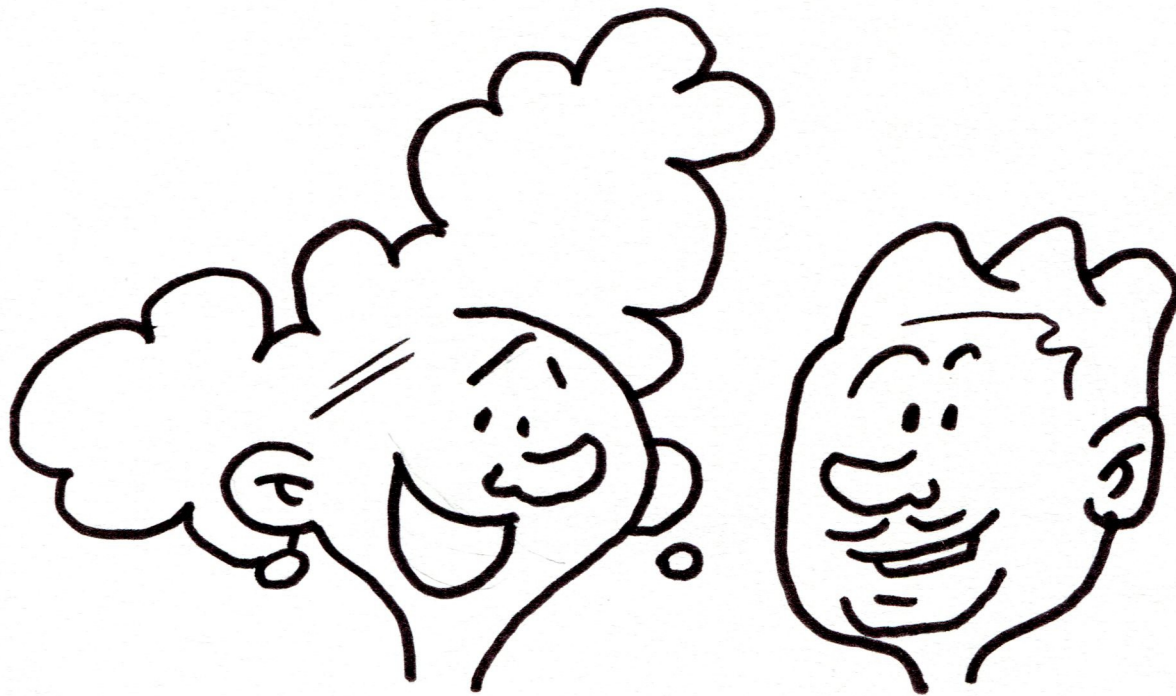


PROÉTALE et FILIPPO



PRÉSENTENT

# Les applications linéaires (épisode 1)

Texte et dessin : Jean-Paul Mohsen

EN ALGÈBRE LINÉAIRE, IL YA  
LES **ESPACES VECTORIELS**.



O.K. JE ME  
RAPPELLE.



D'AILLEURS, JE ME DIS UN TRUC.  
ON AURAIT PU LES APPELER DES  
**ESPACES LINÉAIRES**.



Ç'AURAIT ÉTÉ  
PLUS  
LOGIQUE !

MAÏS BON. LE VRAI MOT C'EST  
**ESPACES VECTORIELS**.

UN ESPACE VECTORIEL EST UN  
ENSEMBLE MUNI DE DEUX OPÉRATIONS.

IL Y A **L'ADDITION** ET  
AUSSI LA **MULTIPLICATION**  
**EXTERNE.**



ET AUSSI... ELLES  
SATISFONT PLEIN  
DE CONDITIONS.

PLEIN !





ÇA ON CONNAÎT DÉJÀ. MAINTENANT,  
LE TRUC NOUVEAU ET IMPORTANT, CE  
SEMESTRE, C'EST LES **APPLICATIONS**  
**LINÉAIRES.**



À TES  
SOUHAITS.



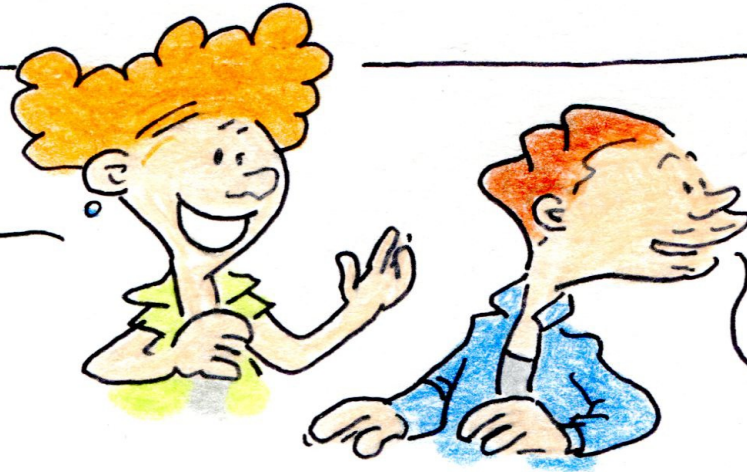
LES APPLICATIONS,  
ON CONNAÎT.



MAIS LES APPLICATIONS  
**LINÉAIRES** ? TU AS  
UNE DÉFINITION ?



EN GROS, UNE APPLICATION  $f$  ENTRE  
DEUX ESPACES VECTORIELS  $E$  ET  $F$   
EST **LINÉAIRE** SI ELLE EST COMPATIBLE  
AVEC LES OPÉRATIONS DE  $E$  ET DE  $F$ .



HEUREUSEMENT  
POUR MOI QU'IL  
Y A UNE DÉFINI-  
TION PLUS  
PRÉCISE À LA  
PAGE SUIVANTE!

# Définition

Soient  $E$  et  $F$  deux espaces vectoriels (réels).  
On dit qu'une application  $f$  de  $E$  vers  $F$  est *linéaire* si elle satisfait les deux conditions suivantes :

- Pour tout couple  $(v,w)$  d'éléments de  $E$  :

$$f(v+w) = f(v) + f(w).$$

- Pour tout réel  $r$  et pour tout élément  $v$  de  $E$  :

$$f(rv) = r f(v).$$

ENSUITE, IL Y A UN AUTRE SUJET.  
CE SONT LES **MATRICES**. UNE  
**MATRICE**, C'EST JUSTE UN  
TABLEAU DE NOMBRES.



PLUS PRÉCISEMENT, UNE **MATRICE**  
**RÉELLE** DE TAILLE  $(m, m)$  EST  
UN TABLEAU RECTANGULAIRE  
CONTENANT  $m \times m$  NOMBRES RÉELS  
RÉPARTIS SUR  $m$  LIGNES ET  $m$   
COLONNES.



PAR EXEMPLE, VOICI UNE  
MATRICE DE TAILLE (2,3).

O.K. JE VOIS  
BIEN DEUX  
LIGNES ET  
TROIS COLONNES.

$$\begin{pmatrix} 4 & -1 & 8 \\ 7 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

MAIS CE QUE JE PIGE PAS, C'EST  
POURQUOI ON DIT **MATRICE** ET NON  
PAS **TABLEAU**, TOUT SIMPLEMENT.

OH! ÇA  
C'EST LES  
MATHEUX!

MAINTENANT, VOYONS LA RELETTE  
POUR FABRIQUER LA MATRICE  
D'UNE APPLICATION LINÉAIRE  
DANS DES BASES.



LA MATRICE D'UNE  
APPLICATION LINÉAIRE  
DANS DES BASES ?



OUI, LA MATRICE  
D'UNE APPLICATION  
LINÉAIRE DANS DES  
BASES. TU AS BIEN  
ENTENDU.

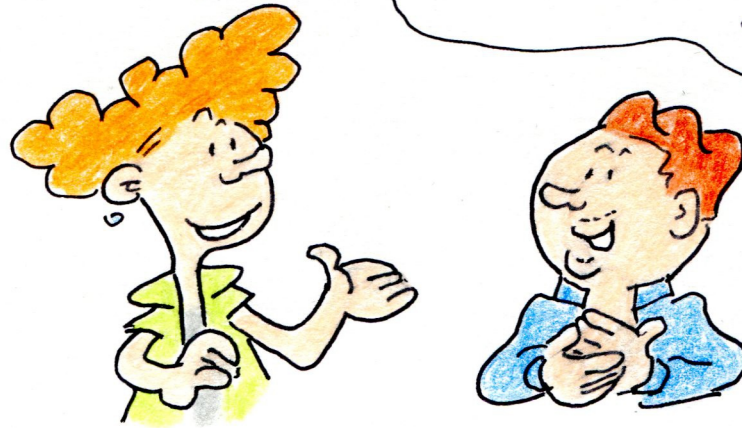


# Les ingrédients de cette recette :

- Deux espaces vectoriels  $E$  de dimension finie  $n$  et  $F$  de dimension finie  $m$ .
- Une base  $B_E$  de  $E$  formée des vecteurs  $e_1, \dots, e_n$ .
- Une base  $B_F$  de  $F$  formée des vecteurs  $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_m$ .
- Une application linéaire  $f$  de  $E$  vers  $F$ .

LA MATRICE DE L'APPLICATION  
LINÉAIRE  $f$  DANS LES DEUX  
BASES  $B_E$  ET  $B_F$  EST UNE  
MATRICE DE TAILLE  $(m, m)$ .

OUI, C'EST UN TABLEAU.  
IL FAUT TROUVER DES  
NOMBRES POUR LE  
REEMPLIR.



QUELLE EST LA RECETTE  
POUR TROUVER CES NOMBRES?

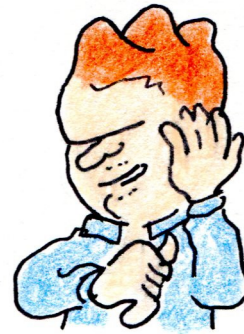


# La recette

Le nombre situé sur la  $i$ -ème ligne et sur la  $j$ -ème colonne de la matrice est égal à la  $i$ -ème coordonnée du vecteur  $f(e_j)$  dans la base  $B_F$ .

LA RECETTE, C'EST QUE LE NOMBRE  
SITUÉ SUR LA  $i^{\text{ème}}$  LIGNE ET  
SUR LA  $j^{\text{ème}}$  COLONNE EST ÉGAL  
À LA  $i^{\text{ème}}$  COORDONNÉE DE  $f(e_j)$   
DANS LA BASE  $B_f$ .

T'AURAIS PAS UNE  
PHRASE QUI FASSE  
ENCORE PLUS MAL  
À LA TÊTE ?

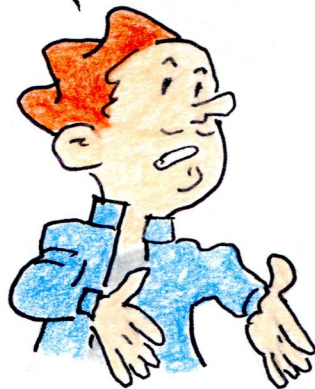


T'AURAIS PAS  
UN EXEMPLE ?

UN EXEMPLE  
DE QUOI ?

BEN, UN EXEMPLE  
DE MATRICE  
D'APPLICATION  
LINÉAIRE DANS  
DES BASES.

O.K.



À suivre !