

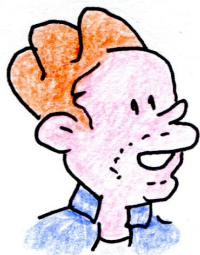
NOUS ALLONS FAIRE UN COURS
À DISTANCE SUR LA NOTION
DE **DÉRIVÉE**. CETTE NOTION
EST TELLEMENT IMPORTANTE
QU'IL Y AURA MÊME TOUTE UNE
SÉRIE DE
COURS !



ET ON COMMENCE
PAR QUOI ?

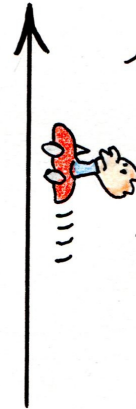
PAR LE COURS 1.

SANS BLAGUE !



COURS 1: ÉTUDE D'UN MOUVEMENT UNIDIMENSIONNEL

IMAGINONS QUE
FILIPPO SE DÉPLACE
SUR UN AXE,
COMME ÇA.



J'AI UNE
PETITE
QUESTION.

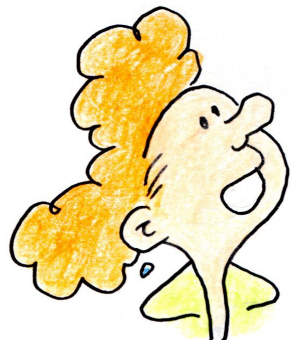
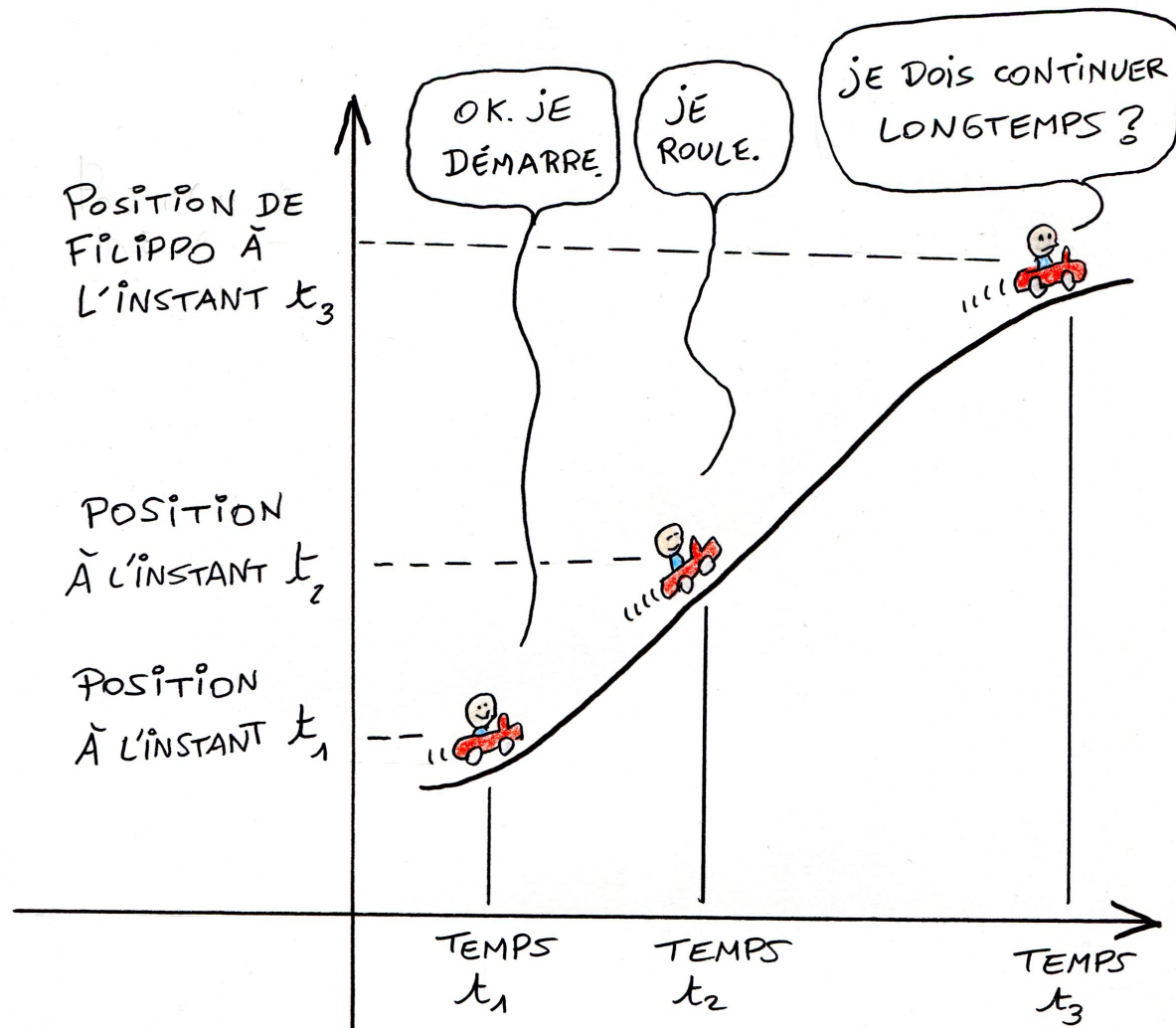
TU N'AURAI
PAS PU
CHOISIR
UN AXE
HORIZONTAL
?

ÇA M'AURAIT
ARRANGÉ.



OUI, MAIS J'AI GARDÉ LA
DIRECTION HORIZONTALE
POUR LA COORDONNÉE
DE TEMPS.

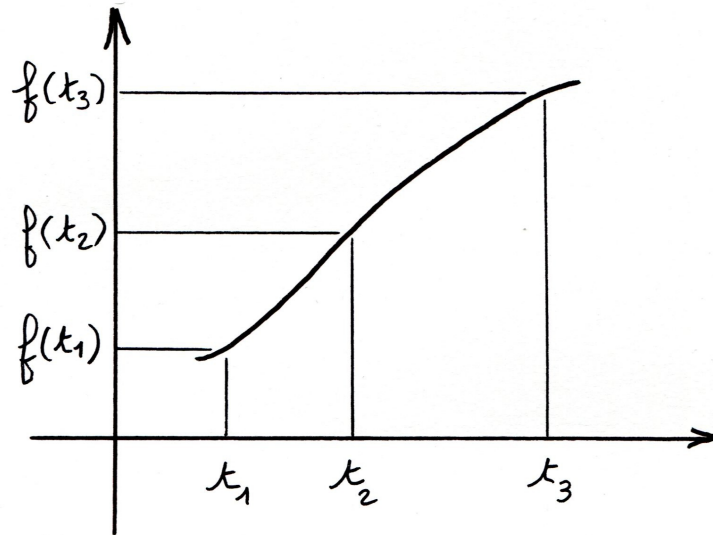
LA COORDONNÉE D'ESPACE EST DONC
VERTICALE.



J'AI DONC PLACÉ LE
TEMPS EN ABSCISSE ET
L'ESPACE (UNIDIMENSION-
NEL) EN ORDONNÉE.



VOUS AVEZ RECONNU
(OU PAS) QUE C'EST
LE GRAPHE D'UNE
FONCTION.

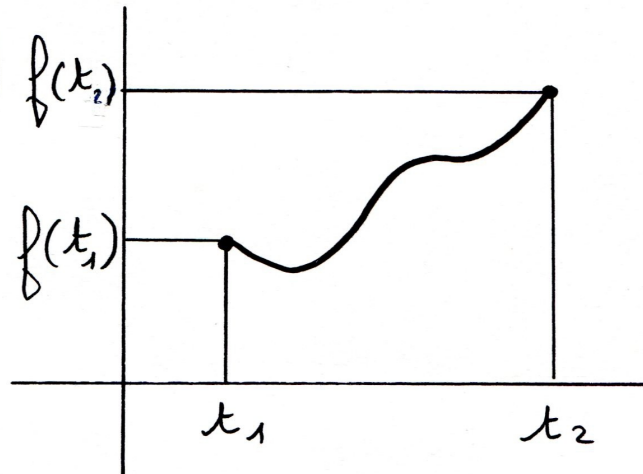


DİSONS QUE LA FONCTION
S'APPELLE f . LA POSITION
DE FILIPPO À UN INSTANT t
EST REPÉRÉE PAR UNE
COORDONNÉE SPACIALE $f(t)$.

COURS 2 :

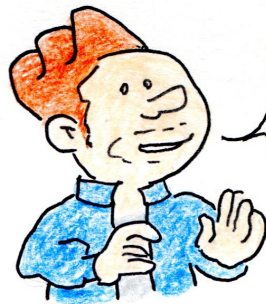
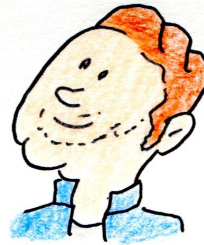
VITESSE MOYENNE ET TAUX D'ACCROISSEMENT

DÍSONS QU'UN OBJET SE DÉPLACE
PENDANT L'INTERVALLE DE
TEMPS $[t_1, t_2]$, ENTRE DEUX
POSITIONS REPÉRÉES PAR LES
COORDONNÉES SPACIALES $f(t_1)$
ET $f(t_2)$, DANS UN ESPACE
UNIDIMENSIONNEL.



LA VITESSE MOYENNE DE L'OBJET
PENDANT L'INTERVALLE DE
TEMPS $[t_1, t_2]$ EST CALCULÉE
PAR LA FORMULE SUIVANTE :

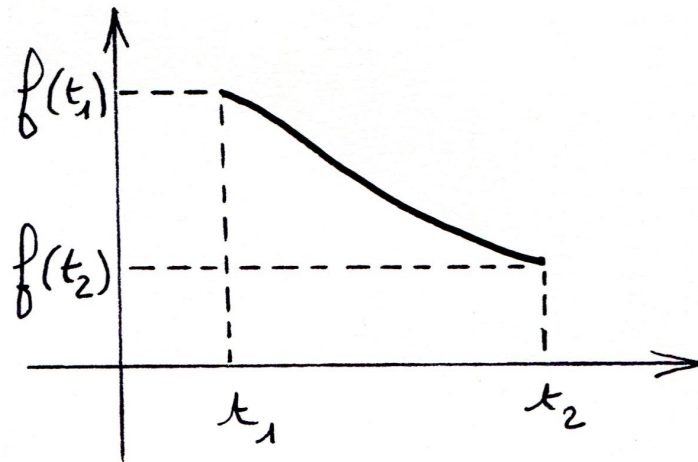
$$v_{\text{moy}} = \frac{f(t_2) - f(t_1)}{t_2 - t_1}$$



C'EST DONC LA
DISTANCE PARCOURUE
 $f(t_2) - f(t_1)$ DIVISÉE
PAR LE TEMPS DE
PARCOURS $t_2 - t_1$.

DANS LE LANGAGE COURANT,
UNE **DISTANCE** OU UNE **VITESSE**
SONT DES NOMBRES POSITIFS
(AU SENS LARGE). SAUF QU'ILS
ELLES PEUVENT ÊTRE NÉGATIVES.
SI L'OBJET DESCEND, ALORS
ON AURA $f(t_2) - f(t_1) < 0$
ET DONC AUSSI :

$$\frac{f(t_2) - f(t_1)}{t_2 - t_1} < 0.$$



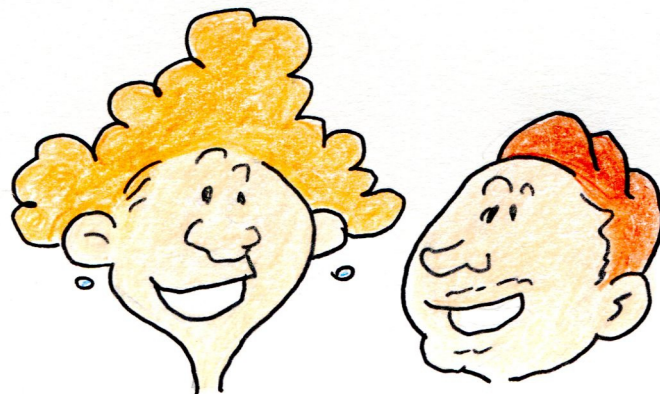
MAÏS ALORS, IL FAUDRAIT SAVOIR !
UNE VITESSE, C'EST TOUJOURS
POSITIF OU ÇA PEUT ÊTRE
NÉGATIF ?

ON BUTE SUR UN PETIT
PROBLÈME DE VOCABULAIRE...



EN FAÏT, LES MATHÉMATICIENS
DISSENT QUE $f(t_2) - f(t_1)$ EST
LA VARIATION DE LA
FONCTION f SUR L'INTERVALLE
 $[t_1, t_2]$ (AU LIEU DE DIRE
LA DISTANCE PARCOURUE).

ET ÇA PEUT
ÊTRE NÉGATIF.



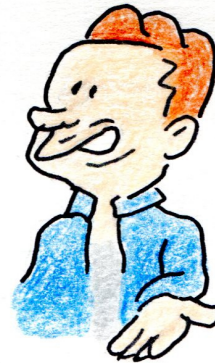
ET ILS DISENT QUE :

$$\frac{f(t_2) - f(t_1)}{t_2 - t_1}$$

EST LE TAUX DE VARIATION*
DE f SUR $[t_1, t_2]$ (AU LIEU
DE VITESSE MOYENNE).



ET ON VERRA
DES EXEMPLES
OÙ C'EST
NÉGATIF.



* OU TAUX D'ACCROISSEMENT.

QUELQUES EXERCICES CORRIGÉS

EXERCICE 1. Pour tout réel x , on pose $f(x) = x^2$. Calculer le taux d'accroissement de f sur l'intervalle $[1, 4]$.

EXERCICE 2. Soient a et b deux réels. Pour tout réel t , on pose $f(t) = at + b$.

i) Comment appelle-t-on une fonction de ce type ?

ii) Calculer le taux de variation de f sur chacun des 3 intervalles $[0, 10]$, $[0, 1000]$ et $[-20, 20]$.

iii) Que remarquez-vous ?

EXERCICE 3. Les angles sont mesurés en radians.

i) Rappeler les huit valeurs suivantes de la fonction sinus :

$$\sin(0) \quad \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

$$\sin(\pi) \quad \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right)$$

$$\sin(2\pi) \quad \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \quad \sin\left(\frac{\pi}{3}\right).$$

ii) Calculer le taux de variation de la fonction sinus sur chacun des cinq intervalles suivants :

$$\left[0, \frac{\pi}{2}\right] \quad \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$$

$$\left[\pi, \frac{3\pi}{2}\right] \quad \left[\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right]$$

$$[0, 2\pi].$$

ATTENTION ! NE REGARDEZ
PAS LES SOLUTIONS AVANT
D'AVOIR CHERCHÉ LONGTEMPS.



SOLUTIONS

EXERCICE 1. Par définition, le taux d'accroissement vaut:

$$\frac{f(4) - f(1)}{4 - 1} = \frac{4^2 - 1^2}{3} = \frac{15}{3} = 5.$$

EXERCICE 2. i) Une fonction de ce type est appelée une fonction affine.

ii) Sur l'intervalle $[0, 10]$:

$$\frac{f(10) - f(0)}{10 - 0} = \frac{10a + b - b}{10} = \frac{10a}{10} = a.$$

Sur l'intervalle $[0, 1000]$:

$$\frac{f(1000) - f(0)}{1000 - 0} = \frac{1000a + b - b}{1000} = a.$$

Sur l'intervalle $[-20, 20]$:

$$\frac{f(20) - f(-20)}{20 - (-20)} = \frac{20a + b - (-20a + b)}{40}$$

$$= \frac{40a}{40} = a.$$

iii) Le taux de variation ne dépend pas de l'intervalle choisi. (Si f décrit un mouvement unidimensionnel, on dira que c'est un mouvement à vitesse constante égale à a .)

EXERCICE 3. i) $360 \text{ degrés} = 2\pi \text{ radians}$

$$\sin(0) = 0, \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$$

$$\sin(\pi) = 0, \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) = -1$$

$$\sin(2\pi) = 0, \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}, \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{ii) } \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) - \sin(0)}{\frac{\pi}{2} - 0} = \frac{1 - 0}{\frac{\pi}{2}} = \frac{2}{\pi}$$

$$\frac{\sin(\pi) - \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)}{\pi - \frac{\pi}{2}} = \frac{0 - 1}{\frac{\pi}{2}} = -\frac{2}{\pi}$$

$$\frac{\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) - \sin(\pi)}{\frac{3\pi}{2} - \pi} = \frac{-1 - 0}{\frac{\pi}{2}} = -\frac{2}{\pi}$$

$$\frac{\sin(2\pi) - \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right)}{2\pi - \frac{3\pi}{2}} = \frac{0 - (-1)}{\frac{\pi}{2}} = \frac{2}{\pi}$$

$$\frac{\sin(2\pi) - \sin(0)}{2\pi - 0} = \frac{0 - 0}{2\pi} = 0.$$