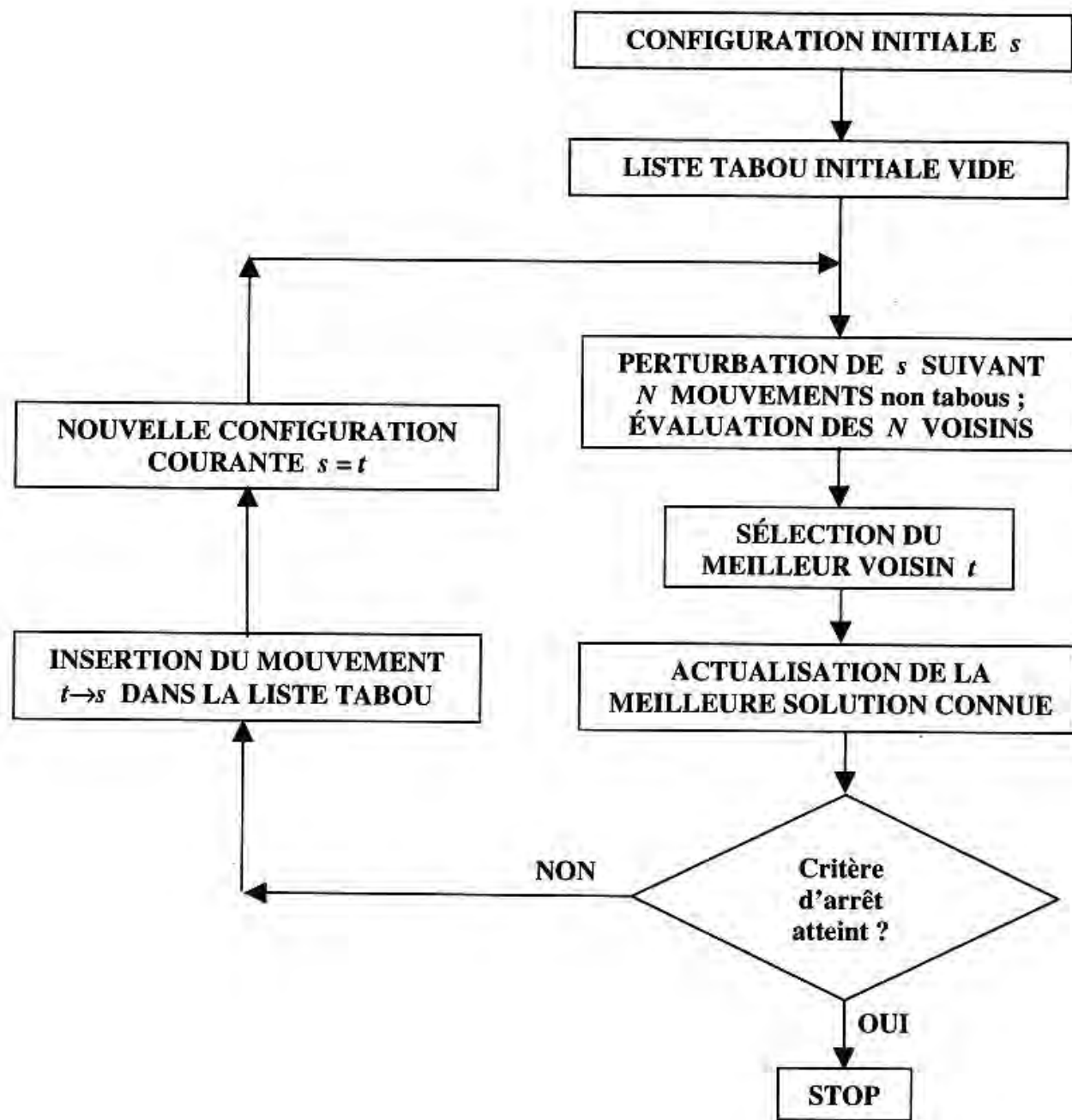


Méthode Tabou



Méthode Tabou

- Principe général :
- A chaque itération on examine complètement le voisinage $V(s)$ de la solution actuelle s .
- On va sur la meilleure solution de $V(s)$ - s , même si le coût remonte.
- On s'interdit de revenir sur une solution visitée récemment grâce à une *liste tabou* T de taille limitée $\#T$ qui stocke les $\#T$ dernières solutions visitées.
- On conserve durant l'implémentation la meilleure solution trouvée s^* . C'est rarement la dernière.
- On stoppe après un nombre maximal $N_{\max}$ d'itérations, ou après un nombre maximal $M_{\max}$ d'itérations sans amélioration, ou quand $V(s)$ - T est vide.



Mise en pratique des méthodes Tabou

- Inventées par Glover (89,90). Voir son livre pour des prolongements...
- Il a montré qu'une liste Tabou de taille $\#T=7, \dots, 20$ suffit pour obtenir de bons résultats.
- Si en théorie il faudrait stocker toutes les solutions visitées, le stockage et la recherche dans cette liste serait trop coûteux.
- En pratique on liste dans T non pas les dernières solutions visitées mais celle ayant modifié s . On interdit alors les mouvements inverses. Ex : dans le PVC, pour un voisinage 2-opt, on s'interdit de réinsérer 2 arêtes $[i,j]$ et $[k,l]$ précédemment supprimées.
- Une technique moins gourmande en mémoire interdit de repasser par les $\#T$ dernières valeurs de la fonction objectif. Les résultats peuvent être honorables.
- La méthode Tabou a de bonnes performances.

Exemple pour le PVC

- Le voisinage est celui construit par les mouvements 2-opt. On stocke dans la liste Tabou les derniers couples d'arêtes supprimées. #T=50 ; $N_{\max}=M_{\max}=100$.

	Non euclidien		Euclidien	
	coût	durée	coût	durée
PPV	5350	< 1ms	9566.3	< 1ms
PPI	9713.4	3	9350.3	3
PLI	9642.3	3	8830.7	3
MI	8715.9	45	8972.7	45
2-opt	3144.4	17	7935	37
Tabou	3025.9	337	7893.7	335

Graphe ayant 200 sommets.

Exemple pour le PVC

- $\#T=15$; $N_{\max}=M_{\max}=30$.

	Non euclidien		Euclidien	
	coût	durée	coût	durée
PPV	7095	23ms	18429	23ms
PPI	19660	139	183668	152
PLI	19826	140	18278	150
MI	16574	10334	17711	10403
2-opt	4083	1540	15532	3801
Tabou	4037	6616	15500	6620

Graphe ayant 800 sommets.

Exemple pour le PVC : commentaires

- Ici, les meilleurs résultats des heuristiques gloutonnes sont obtenus par PPV (!) dans le cas non euclidien, et par MI et PLI dans le cas euclidien.
- La recherche locale 2-opt et la méthode Tabouleur sont très supérieures ! Cette dernière a de meilleurs résultats, mais pour un coût de calcul notablement supérieur.
- Sur les graphes euclidiens, les essais montrent que la méthode tabou trouve l'optimum dans 1 cas sur 3, et dans le cas contraire en est à moins de 3%.
- 2-opt réalise un bon compromis qualité/durée.

Méthodes Tabous pour la coloration de graphe

- Pour le problème de coloration de graphe, vu la difficulté de définir le voisinage de colorations réalisables, une approche pourrait consister en :
- On travaille sur les ordres sur les sommets (via une heuristique séquentielle) plutôt que sur les colorations.
- Le voisinage d'un ordre s consiste en les ordres obtenus par une transposition t sur s .
- La liste tabou interdit d'effectuer les transpositions inverses (c'est à dire elles-mêmes : t est son propre inverse).
- On utilise cependant plutôt une autre approche, qui ne travaille pas dans l'ensemble des colorations réalisables, mais dans celui des colorations à k couleurs, et l'on tente de minimiser le nombre de 'conflits' (sommets adjacents de même couleur). Dès qu'on trouve une k -coloration réalisable on recommence avec $k-1$.
- La méta-heuristique Tabou obtenue est connue pour donner de très bons résultats.

Méthode Tabou pour la coloration de graphe

- Initialement k est une borne supérieure du nombre chromatique (comme BS_1 , etc...) ou obtenu par une bonne heuristique.
- On colore les sommets avec k couleurs, arbitrairement. En général il y a des conflits : sommets adjacents de même couleurs. Si il n'y en a pas et si $k > 2$ on recommence avec $k-1$ couleurs.
- Le voisinage d'une coloration est simple : il consiste en toutes les colorations obtenues en changeant la couleur d'un sommet 'conflictuel'. Si le sommet x a pour couleur i on la change en j , où j n'est pas utilisé par l'un de ses voisins.
- La recherche dans le voisinage essaye de minimiser le nombre de conflits, c'est à dire des arêtes ayant des extrémités de même couleur.
- La liste tabou consiste à ne pas redonner au sommet x la couleur i pendant $\#T$ itérations.
- Si l'on obtient une k -coloration réalisable on recommence avec $k-1$ couleurs.
- Cette heuristique est réputée pour ses résultats impressionnants même sur des graphes d'1 millier de sommet.

Comparaison des heuristiques de coloration

- Sur des graphes aléatoires de 30 sommets :

Méthode	#moyen couleurs	#optima	Durée moyenne
FFS	9.18	0	<1ms
LFS	8.44	7	<1ms
SLS	8.40	7	<1ms
DS	7.92	17	<1ms
Rech.Loc.	7.64	28	3ms
Tabou	7.24	48	84ms

Méthode Tabou avec $\#T=20$; $M_{\max}=2000$.

Exemple de domaine d'application

- La méthode tabou s'avère très efficace pour résoudre une classe de problème de grande utilité : le **problème de l'affectation quadratique**.
- Etant donnés n objets, des flots f_{ij} , $i, j=1, \dots, n$ entre l'objet i et l'objet j , et n emplacements avec des distances d_{ij} entre les emplacements i et j , comment disposer les objets sur les emplacements de façon à minimiser la somme des flots $\times$ distances :

$$\min_{\sigma} \sum_{i,j=1}^n f_{ij} \times d_{\sigma(i)\sigma(j)}$$

où σ est n'importe quelle permutation de n objets.
(=affectation des emplacements des objets).

Exemples d'application du problème de l'affectation quadratique :

- Répartition de bâtiments ou services (hopitaux, campus universitaires, gares),
- affectation des portes d'embarquements dans un aéroport,
- placement des modules logiques des circuits électroniques,
- répartition des fichiers dans une base de donnée,
- disposition des touches de clavier,
- etc...

- Il s'agit d'un problème NP-difficile :
- En effet le PVC s'y ramène par :

$$d_{ij} = C_{ij} \quad f_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } j=i+1 \text{ mod } n \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

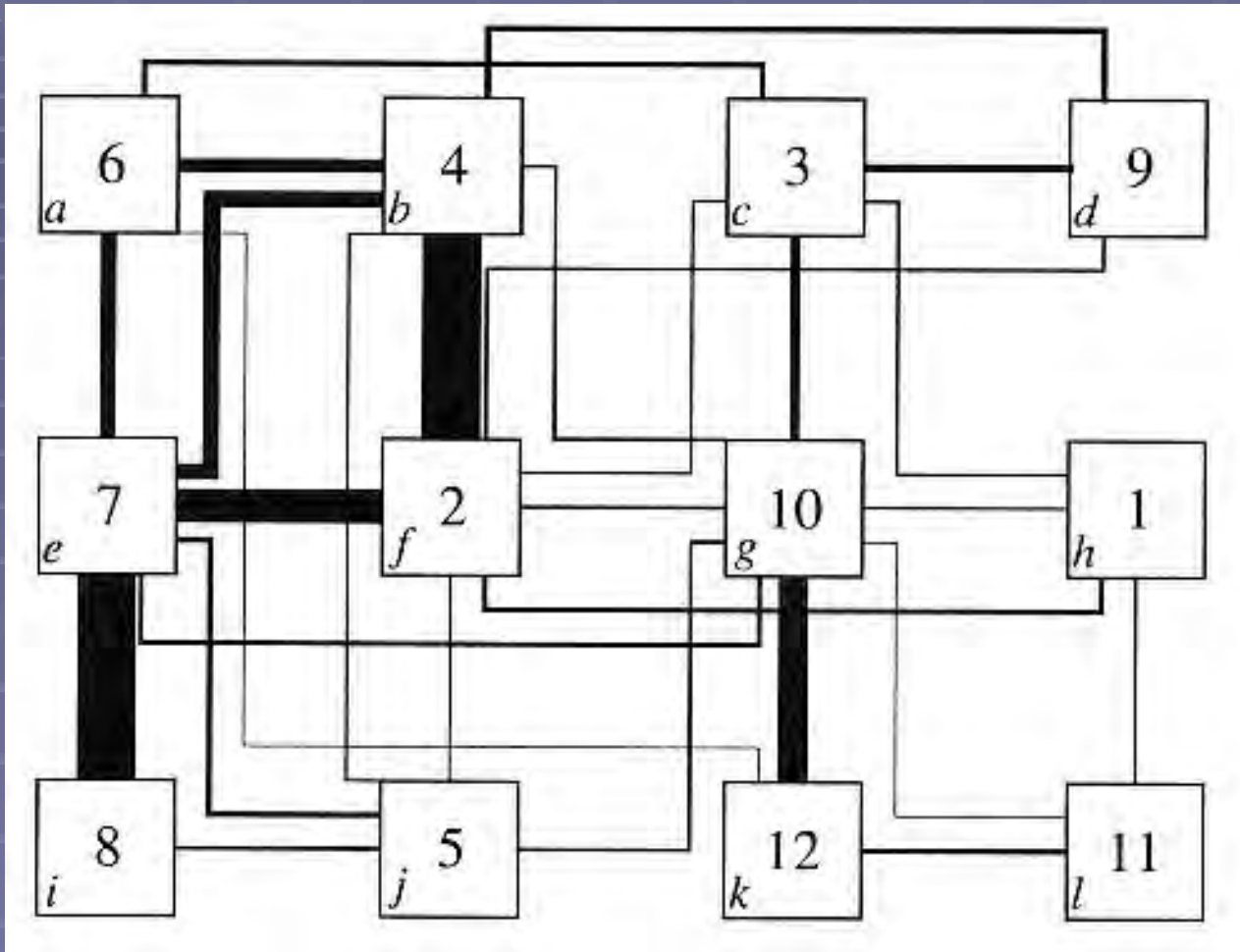
- On le résout efficacement à l'aide d'une méthode Tabou, par :
- une solution réalisable est une permutation de n objets.
- Le voisinage d'une solution s'obtient en le composant par une transposition.

- Exemple : placements de 12 modules électroniques sur 12 emplacements régulièrement espacés d'une carte 3x4.
- On connaît le nombre de connexions qu'il faut réaliser entre chaque module :

Module	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	—	180	120	—	—	—	—	—	—	104	112	—
2	180	—	96	2445	78	—	1395	—	120	135	—	—
3	120	96	—	—	—	221	—	—	315	390	—	—
4	—	2445	—	—	108	570	750	—	234	—	—	140
5	—	78	—	108	—	—	225	135	—	156	—	—
6	—	—	221	570	—	—	615	—	—	—	—	45
7	—	1395	—	750	225	615	—	2400	—	187	—	—
8	—	—	—	—	135	—	2400	—	—	—	—	—
9	—	120	315	234	—	—	—	—	—	—	—	—
10	104	135	390	—	156	—	187	—	—	—	36	1200
11	112	—	—	—	—	—	—	—	—	36	—	225
12	—	—	—	140	—	45	—	—	—	1200	225	—

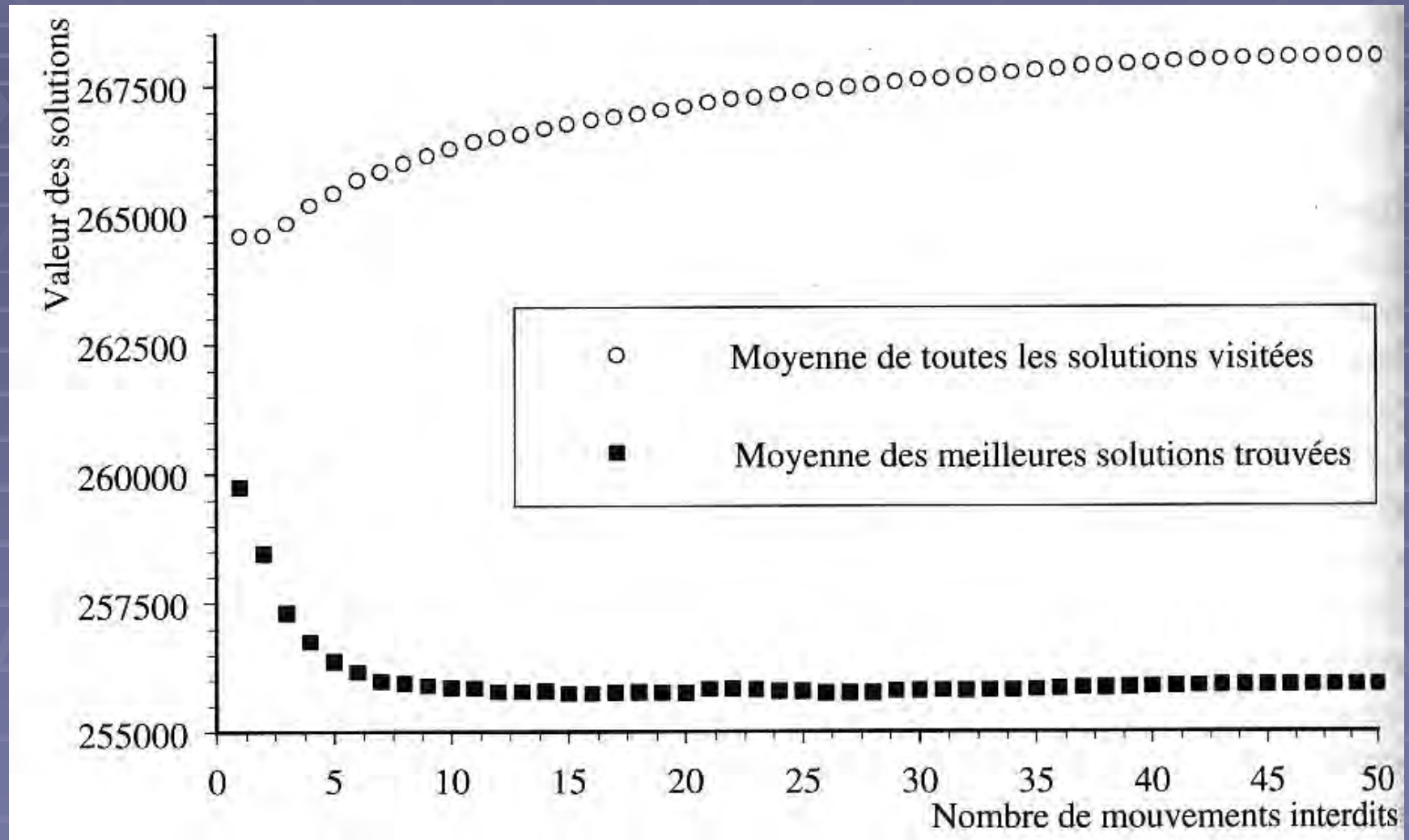
- La distance à considérer est la 'distance de Manhattan'.

- Solution obtenue par une méthode tabou :



L'épaisseur des traits est proportionnelle au nombre de connexions.

- Influence de la longueur de la liste tabou, #T, sur le résultat obtenu :



Comme le précise Glover, $10 \leq \#T \leq 20$ suffit.