

Fiche d'Exercice n°1
Heuristiques

Exercice 1. On considère le Δ -PVC donné par la matrice des coûts suivants :

	A	B	C	D	E	F
A	-	4	3	4	2	3
B	4	-	3	2	5	4
C	3	3	-	2	3	5
D	4	2	2	-	2	4
E	2	5	3	2	-	2
F	3	4	5	4	2	-

- a) Donner 2 bornes minimales, la borne de Little, et le coût minimal d'un arbre recouvrant, au coût d'un cycle hamiltonien.
- b) Construire un cycle hamiltonien par les heuristiques du plus proche voisin, de pénalité et de Christofide. Dans chaque cas majorer l'erreur relative.

Exercice 2. On doit pour cet exercice se rappeler de la méthode hongroise pour l'affectation vue en cours d'Optimisation combinatoire.

- a) Considérons la matrice M des coûts d'un PVC. Soit $k > 0$; construisons à partir de M une matrice N en prenant k pour chaque élément diagonal. Montrer que lorsque k est suffisamment grand la méthode hongroise appliquée à N produit une affectation telle que le travailleur i est affecté à une tâche différente de i .
- b) En déduire une nouvelle borne minimale pour le PVC plus fine que la borne de Little.
- c) L'appliquer au problème de l'exercice 1 puis réévaluer plus finement l'erreur maximale des diverses heuristiques qui y sont implémentées.
- d) Pouvez-vous construire une heuristique pour le PVC basée sur la méthode hongroise ?

Exercice 3. On considère le graphe G biparti vu dans le cours : $n > 2$, de sommets $\{x_1, \dots, x_n\} \cup \{y_1, \dots, y_n\}$ et d'arêtes $\{[x_i; x_j] \mid i, j = 1, \dots, n, \text{ et } i \neq j\}$. On rappelle qu'une heuristique de coloration séquentielle peut produire sur G un coloration optimale mais aussi une coloration très loin d'être optimale, en fonction de l'ordre choisi sur les sommets.

- a) Montrer que la coloration produite sur G par une heuristique séquentielle sera optimale si et seulement si l'ordre sur les sommets n'a pas x_k et y_k parmi ses deux premiers sommets.
- b) Parmi les heuristiques séquentielles LFS, SLS et DS lesquelles produisent une coloration optimale sur G ?

Exercice 4. On souhaite utiliser un monte-charge pour déplacer du hangar à l'atelier 10 marchandises de poids respectifs : 340, 380, 520, 350, 410, 600, 580, 470, 650 et 630 kg. Sachant que le monte-charge a une capacité d'1 tonne quel est le nombre minimal d'allers-retours ? Comment procéder ?