

COLLES - BCPST1

SEMAINE 1 ; DU 20 AU 24 SEPTEMBRE

Chapitre 0. Révisions de calcul numérique et algébrique

- Rappels de calcul dans $\mathbb{N}$; division euclidienne, diviseurs, multiples, pgcd, ppcm, nombres premiers, décomposition en facteurs premiers.
- L'ensemble des entiers relatifs $\mathbb{Z}$; l'ensemble des rationnels $\mathbb{Q}$; règles de calcul.
- L'ensemble des réels $\mathbb{R}$; règles de calculs, identités remarquables, puissances, racine carrée, forme canonique d'une trinôme ; racines réelles et étude du signe. Lien coefficients-racines.

Chapitre 1. Logique - Méthodes de raisonnement

- Valeur de vérité. Connecteurs logiques et, ou, non. Tables de vérité. Propriétés.
- Définition de $P \implies Q$. Contraposée, négation, réciproque. Définition de $P \iff Q$.
- Quantificateurs $\forall$, $\exists$ et $\exists!$.
- Méthode pour prouver ou infirmer une proposition selon sa forme : $\forall x \in E, P(x)$, $\exists x \in E, P(x)$, $\exists! x \in E, P(x)$, $P \implies Q$, $P \iff Q$.
- Preuve par l'absurde, preuve par analyse et synthèse, preuve par récurrence.

– Question de cours.

On demandera à l'élève de restituer et expliquer une des 3 démonstrations suivantes :

- Obtenir la forme canonique du trinôme :

$$ax^2 + bx + c = a \times \left(\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right)$$

et en déduire ses racines réelles et le signe du trinôme en fonction de x , selon que $\Delta < 0$, $\Delta = 0$ ou $\Delta > 0$.

On donnera à l'élève la forme canonique recherchée, qui devra être obtenue par factorisation du trinôme.

- $\sqrt{2}$ est un irrationnel.

On utilisera sans démonstration : n^2 pair $\implies n$ pair. Ce point pourra être démontré en exercice

- Montrer par récurrence que $\forall n \in \mathbb{N}$, $13^n - 4^n$ est divisible par 9.

On utilisera sans démonstration le fait que si d divise a et b alors d divise $a + b$. Ce point pourra être démontré en exercice.

- **Exercices** Seuls des exercices des types suivants pourront être posés :
- Calculs algébrique avec des rationnels, des puissances, des identités remarquables.
- Résolution d'inéquations simples à l'aide d'un tableau de signe.

- Résolution d'un système d'inconnues $x, y \in \mathbb{R}$ de la forme $\begin{cases} x + y = S \\ x \times y = P \end{cases}$ en recherchant les racines d'un trinôme. Le système pourra contenir un paramètre réel m .
- Résolution d'une inéquation se ramenant à l'étude du signe d'un trinôme. Elle pourra contenir un paramètre réel m .
- Résolution d'équation simple (par équivalence, avec disjonction de cas, ou par analyse et synthèse).
(on n'hésitera pas à guider l'élève sur la méthode à appliquer).
- Donner la négation d'une proposition.
(Elle contiendra des quantificateurs).
- Simplifier une proposition simple écrite à l'aide des seuls connecteurs logiques $\wedge, \vee, \neg, \implies$.
- Dresser la table de vérité d'une proposition écrite à l'aide des seuls connecteurs logiques $\wedge, \vee, \neg, \implies$.
- Démontrer une implication par sens direct ou par contraposée. Démontrer une équivalence en montrant 2 implications.
(C'est à l'élève de prendre l'initiative de procéder par sens direct ou par contraposée).
- Effectuer une démonstration par l'absurde.
(On indiquera la méthode)
- Effectuer une démonstration par récurrence.
(On indiquera la méthode)