COLLES - BCPST1

SEMAINE 13/30 : DU 10 AU 14 JANVIER

Question de cours : Une au choix (avec sa démonstration) parmi les trois suivantes :

- Soit F une primitive de f sur un intervalle I ; G est une primitive de f sur I ssi $\exists c \in \mathbb{R}$, $G = F + c$.
- Solutions de l'équation homogène du 1er ordre : $y' + a(x)y = 0$.
- Méthode de variation de la constante pour la recherche d'une solution particulière de l'équation du 1er ordre $y' + a(x)y = b(x)$.

Les exercices porteront sur les trois chapitres "Suites réelles usuelles", "Calculs de dérivées, primitives, intégrales" et "équations différentielles linéaires".

Suites réelles usuelles

- Suites arithmétiques. (Définition, expression de u_n en fonction de n, limite, somme de termes consécutifs).
- Suites géométriques. (Définition, expression de u_n en fonction de n, limite éventuelle, somme de termes consécutifs).
- Suites arithmético-géométriques : $u_{n+1} = au_n + b$ avec $(a, b) \in \mathbb{R}^2$. (Définition, expression de u_n en fonction de n).
- Suites récurrentes linéaires d'ordre 2 : $u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n$ avec $(a, b) \in \mathbb{R}^2$. (Définition, expression de u_n en fonction de n).

Calcul de primitives

- Dérivées usuelles ; dérivée de somme, produit, quotient, composée.
- Primitives de fonctions usuelles. Linéarité de la primitivation. Primitive de $f(u) \times u'$.
- Calcul de primitives par intégration par partie.
- Application au calcul intégral.

Équations différentielles linéaires du 1er et 2nd ordre

– Équations différentielles du premier ordre à coefficient et second membre constants : $y' + ay = b$.
– Équations différentielles du second ordre à coefficient et second membre constant : $y'' + ay' + by = c$.
– Équations différentielles du premier ordre à coefficient et second membre non constants : $y' + a(x)y = b(x)$. Méthode de variation de la constante.
– Équations différentielles du second ordre à coefficient constant et second membre non constant : $y'' + ay' + by = c(x)$. Recherche d'une solution particulière : on proposera à l'élève de chercher une solution sous l'une des formes suivantes selon si le second membre $c(x)$ est de l'une des formes suivantes :
  - $P(x)$ fonction polynomiale : $y_p(x) = x^m Q(x)$ avec $Q(x)$ fonction polynomiale de même degré que $P(x)$ et $m = 0, 1, 2$ est l'ordre de multiplicité de 0 dans l'équation caractéristique (EC).
  - plus généralement $P(x)e^{\alpha x}$ avec $P(x)$ fonction polynomiale : $y_p(x) = x^m Q(x)e^{ax}$ avec $Q(x)$ fonction polynomiale de même degré que $P(x)$ et $m = 0, 1, 2$ est l'ordre de multiplicité de α dans (EC).
  - $c\cos(\alpha x)$ ou $c\sin(\alpha x)$: $y_p(x) = a\cos(\alpha x) + b\sin(\alpha x)$ ou $y_p(x) = ax\cos(\alpha x) + bx\sin(\alpha x)$ selon que $i \times \alpha$ est ou non solution de (EC).
– Principe de superposition des solutions.