

## COLLES - BCPST1

SEMAINE 15/30 : DU 24 AU 28 JANVIER

**Question de cours :** Une au choix (avec sa démonstration) parmi les trois suivantes :

- Associativité du produit matriciel.
- Distributivité de  $\times$  sur  $+$ .
- $\forall A \in \mathcal{M}_{p,q}(\mathbb{K}), I_p \times A = A$  et  $\forall A \in \mathcal{M}_{q,p}(\mathbb{K}), A \times I_p = A$

*Les exercices porteront sur les deux chapitres "systèmes linéaires" et "matrices".  
Attention : le TD sur les matrices n'a été encore qu'entamé.*

### Systèmes linéaires

- Systèmes équivalents, opérations élémentaires  $L_i \leftrightarrow L_j, L_i \leftarrow \lambda L_i (\lambda \neq 0), L_i \leftarrow L_i + \mu L_j (j \neq i)$ .
- Résolution par la méthode du pivot de Gauss.
- Système échelonné, pivots. Rang d'un système (= nombre de pivots = nombre d'équations principales, dans n'importe quel système triangulaire/trapézoïdal/échelonné équivalent).
- Un système admet 0, 1 ou une infinité de solutions.

### Les matrices

- Matrices de type  $(p, q)$  à coefficients dans  $\mathbb{K} = \mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$ ; Notation  $\mathcal{M}_{p,q}(\mathbb{K})$ .
- Somme de 2 matrices, multiplication par un scalaire. Propriétés.
- Produit de 2 matrices. Propriétés.
- Matrices carrées d'ordre  $p$ ; Notation  $\mathcal{M}_p(\mathbb{K})$ . Matrice identité. Propriété.
- Puissances entières; propriétés. Formule du binôme pour deux matrices qui commutent.
- Inverse; propriétés;
- Transposition; propriétés.
- Matrices remarquables : scalaires, diagonales, triangulaires, symétriques.

- Écriture matricielle d'un système linéaire. Résolution par opération élémentaires sur les matrices. Interprétation.
- Méthodes d'inversion d'une matrice (par résolution d'un système, ou matriciellement (méthode miroir)).
- Pour les matrices  $2 \times 2$  : déterminant ( $ad - bc$ ). Critère d'inversibilité et inverse.
- Formules de Cramer pour un système de Cramer de 2 équations à 2 inconnues.
- Rang d'une matrice. Propriétés.

*Remarques :*

- Nous avons admis qu'une matrice carrée est inversible si et seulement si elle est inversible à droite ou à gauche.
- Le TD sur les matrices n'a pas encore été achevé.