

COLLES - BCPST1

SEMAINE 16/30 : DU 31 JANVIER AU 4 FÉVRIER

Question de cours : Une au choix (avec sa démonstration) parmi les quatre suivantes :

- Transposée d'un produit : ${}^t(A \times B) = {}^tB \times {}^tA$.
- Soient $f : E \rightarrow F$ et A, B deux parties de E ; alors $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$.
- Une composée d'applications injectives est injective.
- Une composée d'applications surjectives est surjective.

Les exercices porteront sur le chapitre "matrices".

Les matrices

- Matrices de type (p, q) à coefficients dans $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou \mathbb{C} ; Notation $\mathcal{M}_{p,q}(\mathbb{K})$.
- Somme de 2 matrices, multiplication par un scalaire. Propriétés.
- Produit de 2 matrices. Propriétés.
- Matrices carrées d'ordre p ; Notation $\mathcal{M}_p(\mathbb{K})$. Matrice identité. Propriété.
- Puissances entières ; propriétés. Formule du binôme pour deux matrices qui commutent.
- Inverse ; propriétés ;
- Transposition ; propriétés.
- Matrices remarquables : scalaires, diagonales, triangulaires, symétriques.
- Écriture matricielle d'un système linéaire. Résolution par opération élémentaires sur les matrices. Interprétation.
- Méthodes d'inversion d'une matrice (par résolution d'un système, ou matriciellement (méthode miroir)).
- Pour les matrices 2×2 : déterminant $(ad - bc)$. Critère d'inversibilité et inverse.
- Formules de Cramer pour un système de Cramer de 2 équations à 2 inconnues.
- Rang d'une matrice. Propriétés.

Remarques :

- Nous avons admis qu'une matrice carrée est inversible si et seulement si elle est inversible à droite ou à gauche.