

## COLLES - BCPST1

SEMAINE 2 ; DU 27 SEPTEMBRE AU 1ER OCTOBRE

### Chapitre 0. Révisions de calcul numérique et algébrique

- Rappels de calcul dans  $\mathbb{N}$ ; division euclidienne, diviseurs, multiples, pgcd, ppcm, nombres premiers, décomposition en facteurs premiers.
- L'ensemble des entiers relatifs  $\mathbb{Z}$ ; l'ensemble des rationnels  $\mathbb{Q}$ ; règles de calcul.
- L'ensemble des réels  $\mathbb{R}$ ; règles de calculs, identités remarquables, puissances, racine carrée, forme canonique d'une trinôme; racines réelles et étude du signe. Lien coefficients-racines.

### Chapitre 1. Logique - Méthodes de raisonnement - Ensembles

- Valeur de vérité. Connecteurs logiques et, ou, non. Tables de vérité. Propriétés.
- Définition de  $P \implies Q$ . Contraposée, négation, réciproque. Définition de  $P \iff Q$ .
- Quantificateurs  $\forall$ ,  $\exists$  et  $\exists!$ .
- Méthode pour prouver ou infirmer une proposition selon sa forme :  $\forall x \in E, P(x)$ ,  $\exists x \in E, P(x)$ ,  $\exists! x \in E, P(x)$ ,  $P \implies Q$ ,  $P \iff Q$ .
- Preuve par l'absurde, preuve par analyse et synthèse, preuve par récurrence, par récurrence à deux pas, par récurrence forte.
- Ensemble; appartenance, inclusion, réunion, intersection, complémentaire; propriétés. Ensemble des parties, produit cartésien.

#### – Question de cours.

On demandera à l'élève de restituer et expliquer une des 3 démonstrations suivantes :

- Obtenir la forme canonique du trinôme :

$$ax^2 + bx + c = a \times \left( \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right)$$

et en déduire ses racines réelles et le signe du trinôme en fonction de  $x$ , selon que  $\Delta < 0$ ,  $\Delta = 0$  ou  $\Delta > 0$ .

*On donnera à l'élève la forme canonique recherchée, qui devra être obtenue par factorisation du trinôme.*

- $\sqrt{2}$  est un irrationnel.

*On utilisera sans démonstration :  $n^2$  pair  $\implies n$  pair. Ce point pourra être démontré en exercice*

- Montrer par récurrence que  $\forall n \in \mathbb{N}$ ,  $13^n - 4^n$  est divisible par 9.

*On utilisera sans démonstration le fait que si  $d$  divise  $a$  et  $b$  alors  $d$  divise  $a + b$ . Ce point pourra être démontré en exercice.*

- **Exercices** Seuls des exercices des types suivants pourront être posés :
- Calculs algébrique avec des rationnels, des puissances, des identités remarquables.
- Résolution d'inéquations simples à l'aide d'un tableau de signe.
- Résolution d'un système d'inconnues  $x, y \in \mathbb{R}$  de la forme  $\begin{cases} x + y = S \\ x \times y = P \end{cases}$  en recherchant les racines d'un trinôme. Le système pourra contenir un paramètre réel  $m$ .
- Résolution d'une inéquation se ramenant à l'étude du signe d'un trinôme. Elle pourra contenir un paramètre réel  $m$ .
- Résolution d'équation simple (par équivalence, avec disjonction de cas, ou par analyse et synthèse).  
(on n'hésitera pas à guider l'élève sur la méthode à appliquer).
- Donner la négation d'une proposition.  
(Elle contiendra des quantificateurs).
- Simplifier une proposition simple écrite à l'aide des seuls connecteurs logiques  $\wedge, \vee, \neg, \implies$ .
- Dresser la table de vérité d'une proposition écrite à l'aide des seuls connecteurs logiques  $\wedge, \vee, \neg, \implies$ .
- Démontrer une implication par sens direct ou par contraposée. Démontrer une équivalence en montrant 2 implications.  
(C'est à l'élève de prendre l'initiative de procéder par sens direct ou par contraposée).
- Effectuer une démonstration par l'absurde.  
(On indiquera la méthode)
- Effectuer une démonstration par récurrence ou par récurrence à deux pas .  
(On indiquera la méthode)
- Montrer l'égalité de deux ensembles, par calcul ensembliste, par équivalence, ou en montrant deux inclusions.