COLLES - BCPST1

SEMAINE 22/30 : DU 28 MARS AU 1ER AVRIL

Question de cours : Une au choix (avec sa démonstration) parmi les quatre suivantes :

- Soit E un ensemble fini de cardinal $n \in \mathbb{N}$ et un entier p tel que $0 \leq p \leq n$. Il y a $\binom{n}{p}$ combinaisons de p éléments de E.
- Unicité de la limite : Soient x_0, ℓ_1, ℓ_2 3 réels ; si la fonction f admet ℓ_1 ainsi que ℓ_2 pour limites en x_0 alors $\ell_1 = \ell_2$.
- Limite d'une somme : soit x_0, ℓ, ℓ' 3 réels ; si $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = \ell$ et $\lim\limits_{x \to x_0} g(x) = \ell'$, alors $\lim\limits_{x \to x_0} (f+g)(x) = \ell + \ell'$.
- Limite d'une somme : soit x_0, ℓ 2 réels ; si $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = \ell$ et $\lim\limits_{x \to x_0} g(x) = +\infty$, alors $\lim\limits_{x \to x_0} (f+g)(x) = +\infty$.

Les exercices porteront sur le chapitre "dénombrements".

Dénombrements

- Cardinal d'un ensemble fini. Théorème fondamental : deux ensembles finis E et F ont même cardinal si et seulement si il existe une bijection de E vers F.
- $A \subset E \implies card(A) \leqslant card(E)$ avec égalité ssi $A = E$.
- Comparaison des cardinaux de E et F lorsqu'il existe une injection, une surjection, de E vers F.
  Si $card(E) = card(F)$, alors $f : E \to F$ est injective ssi surjective ssi bijective.
- Cardinal d'une réunion de deux ensembles disjoints. Cardinal d'une réunion d'une famille finie d'ensembles 2 à 2 disjoints. Cardinal d'une réunion de deux ensembles.
- Cardinal d'un produit cartésien. Nombre d'applications entre 2 ensembles finis. Nombre de p-listes de E ; c'est le nombre de choix successifs de p éléments de E.
- Nombre de p-listes sans répétition de E (ou p-arrangements) ; c'est le nombre de choix successifs sans répétition de p éléments de E. Nombre d'applications injectives de E vers F.

– Permutations (définies comme les $card(E)$-listes sans répétition de E). Nombre de permutations ; c'est le nombre de choix successifs sans répétition de tous les éléments de E. Nombre d'applications bijectives de E vers E.
– Combinaisons. Nombre de p-combinaisons ; c'est le nombre de choix simultané de p éléments différents dans E. $card(\mathscr{P}(E)) = 2^{card(E)}$.