

## COLLES - BCPST1

SEMAINE 29/30 : DU 6 AU 10 JUIN

**Question de cours :** Une au choix (avec sa démonstration) parmi les quatre suivantes :

- Unicité d'un  $DL_n(0)$ .
- Primitivation d'un  $DL_n(0)$ .
- Une famille de vecteurs est liée ssi l'un de ses vecteurs est combinaison linéaire des autres.
- Toute sous-famille d'une famille libre est libre.

*Les exercices porteront sur les chapitres "Dérivabilité" et "VAR".*

### Dérivabilité

- Dérivabilité d'une fonction en un point, à droite et à gauche en un point.  $f$  définie sur  $]a, b[$  est dérivable en  $x_0 \in ]a, b[$  ssi  $f$  est dérivable à droite et à gauche en  $x_0$  et  $f'_d(x_0) = f'_g(x_0)$ .
- Interprétation graphique. Équation de la droite tangente.
- Si  $f$  est dérivable en  $x_0$  alors  $f$  est continue en  $x_0$ .
- Dérivabilité de  $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ , fonction dérivée. Opérations sur les fonctions dérivables : combinaison linéaire, produit, quotient, composition, bijection réciproque.
- Si  $f$  est dérivable sur  $]a, b[$  est si  $x_0 \in ]a, b[$  est un extremum de  $f$  alors  $f'(x_0) = 0$
- Théorème de Rolle. Théorème des accroissements finis (égalité des accroissements finis).
- Lien entre la (stricte) monotonie d'une fonction dérivable sur un intervalle et le signe de sa dérivée.
- Fonction de classe  $\mathcal{C}^n, \mathcal{C}^\infty$ . Stabilité par combinaison linéaire, produit, quotient, composée, bijection réciproque.  $\mathcal{C}^n$ -Difféomorphisme. Inclusion stricte des différentes classes.

**Variables aléatoires**

- Définition d'une V.A.R. sur un espace probabilisé fini. Univers image.
- Exemple de l'indicatrice  $\mathbb{1}_A$  de  $A \subset \Omega$ .
- Loi de probabilité d'une V.A.R. Histogramme de la loi.  
La famille  $((X = k))_{k \in X(\Omega)}$  forme un S.C.E.
- Fonction de répartition. Propriétés (croissance, liens avec la loi de  $X$ , Courbe représentative).
- Espérance. Propriétés (espérance d'une variable constante, positive, d'une indicatrice, croissance de l'espérance), théorème de transfert, linéarité de l'espérance. Loi centrée.
- Moments. Variance, écart-type. Propriétés :  $V(aX + b) = a^2V(X)$ , Formule de König-Huygens.
- Indépendance de deux ou plusieurs V.A.R.. Propriétés ; lemme de coalition.  
Espérance et variance de la somme de deux variables aléatoires indépendantes.
- Lois usuelles : loi certaine, loi uniforme, loi de Bernoulli, loi binomiale.
- Loi de la somme de variables indépendantes suivant une même loi de Bernoulli.