## COLLES - BCPST1

SEMAINE 3/30 : DU 3 AU 7 OCTOBRE

**Question de cours :** Une au choix (avec sa démonstration) parmi les trois suivantes :

- Inégalité triangulaire pour la valeur absolue.
- Une partie non vide $A$ de $\mathbb{R}$ est bornée si et seulement si il existe $r \geq 0$ tel que $\forall x \in A,\ |x| \leq r$.
- Définition de la partie entière : pour tout réel $x$ il existe un unique entier, noté $\lfloor x \rfloor$, tel que $\lfloor x \rfloor \leq x < \lfloor x \rfloor + 1$.
  *(la preuve de ce résultat utilise le résultat, prouvé par ailleurs, qu'une partie non vide de $\mathbb{Z}$ majorée dans $\mathbb{R}$ admet un maximum.)*

Les exercice porteront sur le chapitre suivant.

**Chapitre 1. Les nombres réels**

- L'ordre sur les réels. Propriétés.
  Résolution d'inéquation.
- Intervalles de $\mathbb{R}$.
- Valeur absolue. Propriétés.
  $|x-a| \leqslant r \iff a-r \leqslant x \leqslant a+r \iff x \in [a-r, a+r]$. (etc.)
  Inégalité triangulaire : $||x|-|y|| \leqslant |x+y| \leqslant |x|+|y|$ et $||x|-|y|| \leqslant |x-y| \leqslant |x|+|y|$.
  Distance $|x-y|$ entre deux réels $x$ et $y$.
- Majorant, minorant d'une partie non vide de $\mathbb{R}$ ; ensemble borné ; caractérisation des parties bornées à l'aide de la valeur absolue.
- Maximum, minimum, borne supérieure, borne inférieure d'une partie non vide de $\mathbb{R}$. Axiome de la borne supérieure/inférieure.
- Partie entière d'un réel. Caractérisation : $\lfloor x \rfloor$ est le plus grand entier $\leqslant x$.

– Exemple d'exercices : Résoudre une équation, inéquation, établir une inégalité (éventuellement grâce à une étude de fonction), manipuler la valeur absolue. Montrer qu'une partie de $\mathbb{R}$ est majorée, minorée, déterminer un minimum, maximum, borne sup/inf (+ difficile, seulement en fin de colle quand le début est bien), propriété de la partie entière (idem).