COLLES - BCPST1

SEMAINE 4/30 : DU 10 AU 14 OCTOBRE

Question de cours : Une au choix (avec sa démonstration) parmi les quatre suivantes :

- Inégalité triangulaire pour la valeur absolue.
- Une partie non vide A de $\mathbb{R}$ est bornée si et seulement si il existe $r \geq 0$ tel que $\forall x \in A, |x| \leq r$.
- Définition de la partie entière : pour tout réel x il existe un unique entier, noté $\lfloor x \rfloor$, tel que $\lfloor x \rfloor \leq x < \lfloor x \rfloor + 1$.
(la preuve de ce résultat utilise le résultat, prouvé par ailleurs, qu'une partie non vide de $\mathbb{Z}$ majorée dans $\mathbb{R}$ admet un maximum.)
- Développement de $\cos(a - b)$.

Les exercices porteront sur les chapitres suivants.

Chapitre 2. Les nombres réels

- L'ordre sur les réels. Propriétés.
Résolution d'inéquation.
- Intervalles de $\mathbb{R}$.
- Valeur absolue. Propriétés.
 $|x - a| \leq r \iff a - r \leq x \leq a + r \iff x \in [a - r, a + r]$. (etc.)
Inégalité triangulaire : $||x| - |y|| \leq |x + y| \leq |x| + |y|$ et $||x| - |y|| \leq |x - y| \leq |x| + |y|$.
- Distance $|x - y|$ entre deux réels x et y .
- Majorant, minorant d'une partie non vide de $\mathbb{R}$; ensemble borné ; caractérisation des parties bornées à l'aide de la valeur absolue.
- Maximum, minimum, borne supérieure, borne inférieure d'une partie non vide de $\mathbb{R}$. Axiome de la borne supérieure/inférieure.
- Partie entière d'un réel. Caractérisation : $\lfloor x \rfloor$ est le plus grand entier $\leq x$.
- Exemple d'exercices : Résoudre une équation, inéquation, établir une inégalité (éventuellement grâce à une étude de fonction), manipuler la valeur absolue. Montrer qu'une partie de $\mathbb{R}$ est majorée, minorée, déterminer un minimum, maximum,

borne sup/inf (+ difficile, seulement en fin de colle quand le début est bien), propriété de la partie entière (idem).

Chapitre 3. Trigonométrie.

- Définition du cercle trigonométrique et de $\cos(x)$, $\sin(x)$, $\tan(x)$ à l'aide du cercle. Valeurs remarquables.
- Formules de trigonométrie provenant de la définition; formules provenant des symétries du cercle trigonométrique : $\cos$, $\sin$, $\tan$ en $-x$, $\pi - x$, $x + \pi$, $\pi/2 - x$.
- Formules d'addition de duplication pour $\cos$ et $\sin$ ($\cos(a \pm b)$, $\sin(a \pm b)$, $\cos(2a)$, $\sin(2a)$).
- Transformation de $a \cos(x) + b \sin(x)$ en $k \cos(x \pm \phi)$.
- Résolution de $\cos(x) = \cos(a)$, $\sin(x) = \sin(a)$ et $\tan(x) = \tan(a)$.
- Exemples d'exercice : Transformation de $a \cos(x) + b \sin(x)$ en $k \cos(x \pm \phi)$.
Équations trigonométriques.