

COLLES - BCPST1

SEMAINE 6/30 : DU 8 AU 12 NOVEMBRE

Question de cours : Une au choix (avec sa démonstration) parmi les quatre suivantes :

- Formules de duplication : $\sin(2a)$ et $\cos(2a)$.
- Formules de $\ln(a \times b)$, $\ln(1/a)$, $\ln(a/b)$.
- Formules de $\exp(a + b)$, $\exp(-a)$, $\exp(a - b)$, $\exp(a)^n$ (avec $n \in \mathbb{Z}$).
- Formules de $x^\alpha \times x^\beta$, x^α/x^β , $(x^\alpha)^\beta$ et $(xy)^\alpha$ (avec $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$).

Les exercices porteront sur les chapitres suivants.

Chapitre 3. Trigonométrie.

- Définition du cercle trigonométrique et de $\cos(x)$, $\sin(x)$, $\tan(x)$ à l'aide du cercle. Valeurs remarquables.
- Formules de trigonométrie provenant de la définition ; formules provenant des symétries du cercle trigonométrique : $\cos$, $\sin$, $\tan$ en $-x$, $\pi - x$, $x + \pi$, $\pi/2 - x$.
- Formules d'addition et de duplication pour $\cos$ et $\sin$ ($\cos(a \pm b)$, $\sin(a \pm b)$, $\cos(2a)$, $\sin(2a)$).
- Transformation de $a \cos(x) + b \sin(x)$ en $k \cos(x \pm \phi)$.
- Résolution de $\cos(x) = \cos(a)$, $\sin(x) = \sin(a)$ et $\tan(x) = \tan(a)$.
- Exemples d'exercice : Transformation de $a \cos(x) + b \sin(x)$ en $k \cos(x \pm \phi)$. Équations et inéquations trigonométriques. Exercices généraux de trigonométrie.

Chapitre 4. Fonctions usuelles.

- Ensemble de définition ; périodicité ; parité.
- Opérations algébriques sur les fonctions : notations $f + g$, $f \times g$, etc.
- Continuité, Dérivation, monotonie, théorème de la bijection.
- Équation de la droite tangente à $\mathcal{C}_f$ en un point d'abscisse a où f est dérivable.
- Fonction majorée, minorée. Fonction bornée et caractérisation à l'aide de la valeur absolue.

- Fonctions usuelles (propriétés, dérivée, limites, courbe représentative) : linéaire, affine, carrée, racine carrée, puissances entières, polynomiale, circulaires (sin, cos, tan), valeur absolue, partie entière. Ainsi que :
 - Fonction arctan. Propriétés : variations, limites aux bornes, imparité, courbe représentative.
 - Fonction $\ln$ (définie comme la primitive de $x \mapsto \frac{1}{x}$ s'annulant en 1). Propriétés.
 - Fonction exponentielle (bijection réciproque de $\ln$). Propriétés.
 - Fonctions puissance réelles. Propriétés.
 - Fonction logarithmes en base $a \in \mathbb{R}_+^* \setminus \{1\}$. (Seule $\log_{10}$ est au programme).
 - Croissances comparées de l'exponentielle et d'une fonction puissance (en $\pm\infty$) et de $\ln$ et d'une fonction puissance (en $+\infty$ et 0^+).
-
- Exemple d'exercices : Étude de fonctions ; calculs à l'aide des fonctions $\exp$, $\ln$ et puissances réelles.