

## COLLES - BCPST1

SEMAINE 7/30 : DU 15 AU 19 NOVEMBRE

Le programme est identique à celui de la semaine 6.

**Question de cours :** Une au choix (avec sa démonstration) parmi les quatre suivantes :

- Formules de duplication :  $\sin(2a)$  et  $\cos(2a)$ .
- Formules de  $\ln(a \times b)$ ,  $\ln(1/a)$ ,  $\ln(a/b)$ .
- Formules de  $\exp(a + b)$ ,  $\exp(-a)$ ,  $\exp(a - b)$ ,  $\exp(a)^n$  (avec  $n \in \mathbb{Z}$ ).
- Formules de  $x^\alpha \times x^\beta$ ,  $x^\alpha/x^\beta$ ,  $(x^\alpha)^\beta$  et  $(xy)^\alpha$  (avec  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ).

Les exercices porteront sur les chapitres suivants.

### Chapitre 3. Trigonométrie.

- Définition du cercle trigonométrique et de  $\cos(x)$ ,  $\sin(x)$ ,  $\tan(x)$  à l'aide du cercle. Valeurs remarquables.
- Formules de trigonométrie provenant de la définition; formules provenant des symétries du cercle trigonométrique :  $\cos$ ,  $\sin$ ,  $\tan$  en  $-x$ ,  $\pi - x$ ,  $x + \pi$ ,  $\pi/2 - x$ .
- Formules d'addition de duplication pour  $\cos$  et  $\sin$  ( $\cos(a \pm b)$ ,  $\sin(a \pm b)$ ,  $\cos(2a)$ ,  $\sin(2a)$ ).
- Transformation de  $a \cos(x) + b \sin(x)$  en  $k \cos(x \pm \phi)$ .
- Résolution de  $\cos(x) = \cos(a)$ ,  $\sin(x) = \sin(a)$  et  $\tan(x) = \tan(a)$ .
- Exemples d'exercice : Transformation de  $a \cos(x) + b \sin(x)$  en  $k \cos(x \pm \phi)$ .  
Équations et inéquations trigonométriques. Exercices généraux de trigonométrie.

### Chapitre 4. Fonctions usuelles.

- Ensemble de définition; périodicité; parité.
- Opérations algébriques sur les fonctions : notations  $f + g$ ,  $f \times g$ , etc.
- Continuité, Dérivation, monotonie, théorème de la bijection.
- Équation de la droite tangente à  $\mathcal{C}_f$  en un point d'abscisse  $a$  où  $f$  est dérivable.

- Fonction majorée, minorée. Fonction bornée et caractérisation à l'aide de la valeur absolue.
  - Fonctions usuelles (propriétés, dérivée, limites, courbe représentative) : linéaire, affine, carrée, racine carrée, puissances entières, polynomiale, circulaires (sin, cos, tan), valeur absolue, partie entière. Ainsi que :
  - Fonction arctan. Propriétés : variations, limites aux bornes, imparité, courbe représentative.
  - Fonction ln (définie comme la primitive de  $x \mapsto \frac{1}{x}$  s'annulant en 1). Propriétés.
  - Fonction exponentielle (bijection réciproque de ln). Propriétés.
  - Fonctions puissance réelles. Propriétés.
  - Fonction logarithmes en base  $a \in \mathbb{R}_+^* \setminus \{1\}$ . (Seule  $\log_{10}$  est au programme).
  - Croissances comparées de l'exponentielle et d'une fonction puissance (en  $\pm\infty$ ) et de ln et d'une fonction puissance (en  $+\infty$  et  $0^+$ ).
- 
- Exemple d'exercices : Étude de fonctions ; calculs à l'aide des fonctions exp, ln et puissances réelles.