

Feuille d'Exercices 8

Calcul de primitives. Equations différentielles à coefficients constants

Calcul de primitives.

Exercice 1. Déterminer une primitive des fonctions suivantes après avoir précisé le domaine de validité :

a) $x \mapsto 2 \tan^2(x) - \frac{3}{\sqrt{x}}$

b) $x \mapsto \cos^4(x)$

c) $x \mapsto \cos^5(x)$

d) $x \mapsto \frac{e^{x^2}}{x^3}$

e) $x \mapsto \frac{1}{x \ln(x)}$

f) $x \mapsto \frac{\ln(x)}{x}$

g) $x \mapsto \frac{(\ln(x))^2}{x}$

h) $x \mapsto \sin(x) \cos^5(x)$

i) $x \mapsto \frac{\sin(x) \cos(x)}{1 + \cos^2(x)}$

j) $x \mapsto \frac{\sin(x)}{1 + \cos^2(x)}$

k) $x \mapsto \frac{e^{\tan(x)}}{\cos^2(x)}$

Exercice 2. Déterminer une primitive des fonctions suivantes à l'aide d'une intégration par partie (préciser le domaine de validité) :

a) $x \mapsto x^n \ln(x)$ (avec $n \in \mathbb{Z}$).

b) $x \mapsto e^x \sin(x)$

c) $x \mapsto e^{-2x}(1 + x - 2x^2)$

Équations différentielles linéaires du premier ordre à coefficient et second membre constants.

Exercice 3. Résoudre les équations différentielles suivantes :

a) $y' + 2y = -1$

b) $y' - 3y = 2$

c) $2y' - y = 1$

d) Montrer qu'il existe une unique fonction définie sur \mathbb{R} vérifiant $y' = y$ et $y(0) = 1$.

Équations différentielles linéaires du second ordre à coefficients et second membre constants.

Exercice 4. Résoudre les équations différentielles suivantes :

a) $y'' - 4y' + y = 1$

b) $y'' - 4y' + 5y = 0$

c) $y'' - 4y' + 4y = 8$

d) $y'' + 3y' + 2y = -1$

e) $y'' - 2y' + 2y = 2$

f) $y'' + 4y = 3$