

Feuille d'Exercices 9

Équations différentielles linéaires à coefficients ou second membre non constants

Équations différentielles linéaires du second ordre à coefficients constants et second membre non constant.

Exercice 1. Résoudre les équations différentielles suivantes.

- (1) $y'' + 3y' + 2y = 10 \sin x$ on cherchera y_p sous la forme $x \mapsto a \sin x + b \cos x$.
- (2) $y'' - 2y' + y = 2 \exp(x)$ on cherchera y_p sous la forme $x \mapsto ax^2 \exp(x)$.
- (3) $y'' - 2y' + 5y = 13 \exp(-2x)$ on cherchera y_p sous la forme $y_p : x \mapsto a \exp(-2x)$.
- (4) $y'' - 4y = \exp(2x)$ on cherchera une solution particulière sous la forme $y_p : x \mapsto ax \exp(2x)$.
- (5) $y'' + 4y = \sin 2x$ on cherchera y_p sous la forme $x \mapsto ax \cos 2x$.
- (6) $y'' + y' = x$ on cherchera une solution particulière de la forme $y_p : x \mapsto ax^2 + bx$.
On utilisera deux méthodes :
 - La méthode classique pour une EDL2.
 - Un changement de fonction inconnue qui nous ramène à une EDL1.
- (7) $y'' = \ln(x)$.

Principe de superposition pour les EDL2

Exercice 2.

- (1) Déterminer une solution particulière de $y'' + 3y' + 2y = x$ sous la forme $x \mapsto ax + b$.
- (2) Déterminer une solution particulière de $y'' + 3y' + 2y = \exp(x)$ sous la forme $x \mapsto a \exp(x)$.
- (3) Résoudre sur \mathbb{R} l'équation différentielle $y'' + 3y' + 2y = x + \exp(x)$.

Équations du premier ordre

Exercice 3. Résoudre les équations différentielles linéaires suivantes.

- (1) $y' + y = x$ sur \mathbb{R} .
- (2) $y' + y = x + 1$ sur \mathbb{R} .
- (3) $y' + 2y = \cos x$ sur \mathbb{R} .
- (4) $y' - y = \exp(x)$ sur \mathbb{R} .
- (5) $y' = \ln(1 + x)$ sur $] -1, +\infty[$.
- (6) $(1 + x^2)y' - 2xy = (1 + x^2)^2$ sur \mathbb{R} .

- (7) $y' \cos x + y \sin x = 1$ sur $] \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} [$.
- (8) $xy' + y = \cos x$ sur \mathbb{R}_+^* .
- (9) $x^2y' + (1 - 2x)y = x^2$ sur \mathbb{R}_+^* .