Une introduction au langage python

Lycée Thiers

2014 - 15

Table des matières

1	\mathbf{Pre}	Premier contact 5							
	1.1	Introd	uction						
		1.1.1	Le langage python						
	1.2	Utilisa	tion en mode console						
		1.2.1	Lancement en mode console						
		1.2.2	Calculatrice						
		1.2.3	Le module math						
		1.2.4	Définition d'une fonction						
		1.2.5	Variables						
2	\mathbf{Pre}	Premiers programmes 23							
	2.1	Divers	ses utilisations de python						
		2.1.1	Ecriture d'un programme python						
		2.1.2	Environnement de programmation						
	2.2	Progra	ammation en python						
		2.2.1	Saisie de données par l'utilisateur : input()						
		2.2.2	Un nouveau type de variables : booléen						
		2.2.3	Structures de contrôle						
		2.2.4	Structure de boucle while						
		2.2.5	Structure de test						
3	List	stes et boucle for 37							
	3.1	Les lis	tes en python						
		3.1.1	Les listes						
		3.1.2	Création d'un itérateur avec range()						
	3.2	la bou	cle for						
		3.2.1	Boucle for						
		3.2.2	Exemples						
4	List	Listes et autres conteneurs 4							
	4.1	Appro	fondissements sur les listes						
		4.1.1	Les méthodes de la classe list						
		4.1.2	Saucissonnage ou slicing						
		4.1.3	Copie de liste						

		4.1.4	Liste définie par compréhension
	4.2	Struct	ures de données séquentielles
		4.2.1	Opérations communes
		4.2.2	Les chaînes de caractère
		4.2.3	les tuple ou sequence
	4.3	Les die	ctionnaires
		4.3.1	Les dictionnaires
		4.3.2	Opérations sur les dictionnaires
		4.3.3	Exemple
5	Les	modul	les 57
	5.1	Utilisa	tion d'un module
		5.1.1	Importer un module
		5.1.2	Exemple: le module random
	5.2	numpy	et matplotlib
		5.2.1	Modules scientifiques
		5.2.2	Le module numpy
		5.2.3	Le module matplotlib
	5.3	scipy	
		5.3.1	Intégration d'équations différentielle sous scipy 70
		5.3.2	Equation différentielles d'ordres supérieurs
\mathbf{A}	pyth	on $2 \ \mathbf{v}$	ersus python 3 75
	A.1	pytho	n versions 2 et 3
	A.2	Princi	paux changements de la version 3
		A.2.1	Changements de la fonction print() 76
		A.2.2	Changements de la fonction input()
		A.2.3	Changement de l'opération de division /
		A.2.4	Changements de la fonction range() 78

Chapitre 1

Premier contact

1.1 Introduction

1.1.1 Le langage python

Le langage python, qu'est-ce que c'est?

Python est un langage de programmation impérative, structurée, orientée objet, de haut niveau.

Il présente les avantages suivants :

- Sa syntaxe est très simple et concise : "on code ce que l'on pense". Donc facile à apprendre. Proche du 'langage algorithmique'.
- Moderne. Très largement répandu dans l'industrie, l'enseignement et la recherche, notamment pour ses applications scientifiques. Une large communauté participe à son développement.
- Puissant, muni de nombreuses bibliothèques de fonctions. Dont de très bonnes bibliothèques scientifiques.
- Pratique pour travailler sur des objets mathématiques. Assez proche du langage mathématique.
- Gratuit, disponible sur la plupart des plateformes (Windows, Mac, Linux, ...).

1.2 Utilisation en mode console

1.2.1 Lancement en mode console

Python utilisé en mode console

Python est un langage interprété qui peut être utilisé en mode console. Lancer une fenêtre de console (terminal, console ou fenêtre de commande selon le Système d'exploitation : cmd.exe sous Windows) et simplement taper à l'invite 'python' suivi de la touche entrée.

```
Last login: Sun Aug 3 19:43:00 on ttys000
mbpdejephilippe:~ JPh$ python
Python 3.4.1 |Anaconda 2.0.1 (x86_64)| (default, May 19 2014, 13:05:46)
[GCC 4.2.1 (Apple Inc. build 5577)] on darwin
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> ■
```

Une console au lancement de python. Un prompt, symbolisé ici par :>>>, apparaît.

```
Last login: Sun Aug 3 19:43:00 on ttys000
mbpdejephilippe:~ JPh$ python
Python 3.4.1 |Anaconda 2.0.1 (x86_64)| (default, May 19 2014, 13:05:46)
[GCC 4.2.1 (Apple Inc. build 5577)] on darwin
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> print('Bonjour !')
```

Une <u>instruction</u> saisie au prompt est lancée en appuyant sur la touche ENTREE.

```
Last login: Fri Aug 8 13:56:50 on ttys001
macbook-pro-de-jean-philippe:~ JPh$ python
Python 2.7.8 |Anaconda 1.6.1 (x86_64)| (default, Jul 2 2014, 15:36:00)
[GCC 4.2.1 (Apple Inc. build 5577)] on darwin
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
Anaconda is brought to you by Continuum Analytics.
Please check out: http://continuum.io/thanks and https://binstar.org
>>> print('Bonjour!')
Bonjour!
>>>
```

La commande (ou fonction) 'print(.)' écrit à l'écran une <u>chaîne de caractère</u>, c'est à dire une suite finie de caractères entre apostrophes '...' ou double-quotes "...".

```
Last login: Fri Aug 8 13:56:50 on ttys001
macbook-pro-de-jean-philippe:~ JPh$ python
Python 2.7.8 |Anaconda 1.6.1 (x86_64)| (default, Jul 2 2014, 15:36:00)
[GCC 4.2.1 (Apple Inc. build 5577)] on darwin
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
Anaconda is brought to you by Continuum Analytics.
Please check out: http://continuum.io/thanks and https://binstar.org
>>> print('Bonjour!')
Bonjour!
>>> print('Bonjour\nBCPST!')
Bonjour
BCPST!
>>> |
```

Le caractère spécial \n permet un passage à la ligne.

1.2.2 Calculatrice

```
Last login: Sun Aug 3 19:43:53 on ttys001

mbpdejephilippe:~ JPh$ python

Python 3.4.1 |Anaconda 2.0.1 (x86_64)| (default, May 19 2014, 13:05:46)

[GCC 4.2.1 (Apple Inc. build 5577)] on darwin

Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.

>>> 2*3-1

>>> |
```

Python peut se comporter comme une calculatrice.

```
Last login: Sun Aug 3 19:43:53 on ttys001
mbpdejephilippe:~ JPh$ python
Python 3.4.1 |Anaconda 2.0.1 (x86_64)| (default, May 19 2014, 13:05:46)
[GCC 4.2.1 (Apple Inc. build 5577)] on darwin
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> 2*3-1
5
>>> 2*(3-1)
4
>>> ■
```

Il respecte l'ordre usuel des opérations.

Et comprend les nombres à virgule flottante 'de type float'.

```
● ● ●
                        Last login: Sun Aug 3 21:41:11 on ttys001
mbpdejephilippe:~ JPh$ python
Python 3.4.1 |Anaconda 2.0.1 (x86_64)| (default, May 19 2014, 13:05:46)
[GCC 4.2.1 (Apple Inc. build 5577)] on darwin
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> 2*3-1
5
>>> 2*(3-1)
4
>>> 3*(-1.5)
-4.5
>>> 3**2
9
>>>
```

La mise en puissance s'obtient grâce à l'opérateur **.

```
0 0
                         No.
Last login: Sun Aug 3 21:59:11 on ttys002
mbpdejephilippe:~ JPh$ python
Python 3.4.1 |Anaconda 2.0.1 (x86_64)| (default, May 19 2014, 13:05:46)
[GCC 4.2.1 (Apple Inc. build 5577)] on darwin
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> 2*3-1
>>> 2*(3-1)
>>> 3*(-1.5)
-4.5
>>> 3**2
>>> 2**0.5
1.4142135623730951
>>> 2**(-0.5)
0.7071067811865476
```

L'exposant peut être 'réel'. Ainsi l'opérateur **0.5 extrait la racine carrée.

```
IS 31
● ● ●
                         Last login: Sun Aug 3 21:59:11 on ttys002
mbpdejephilippe:~ JPh$ python
Python 3.4.1 |Anaconda 2.0.1 (x86_64)| (default, May 19 2014, 13:05:46)
[GCC 4.2.1 (Apple Inc. build 5577)] on darwin
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> 2*3-1
>>> 2*(3-1)
>>> 3*(-1.5)
-4.5
>>> 3**2
9
>>> 2**0.5
1.4142135623730951
>>> 2**(-0.5)
0.7071067811865476
>>> (-2)**0.5
(8.659560562354934e-17+1.4142135623730951j)
>>>
```

Lorsque y n'est pas entier, le réel x^y n'est défini que pour x > 0 : python (version 3) retourne un nombre complexe, valeur approchée ici de $i\sqrt{2}$.

```
0 0
                         Last login: Sun Aug 3 21:59:11 on ttys002
mbpdejephilippe:~ JPh$ python
Python 3.4.1 |Anaconda 2.0.1 (x86_64)| (default, May 19 2014, 13:05:46)
[GCC 4.2.1 (Apple Inc. build 5577)] on darwin
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> 2*3-1
>>> 2*(3-1)
>>> 3*(-1.5)
-4.5
>>> 3**2
g
>>> 2**0.5
1.4142135623730951
>>> 2**(-0.5)
0.7071067811865476
>>> (-2)**0.5
(8.659560562354934e-17+1.4142135623730951j)
>>> 1j * 1j
(-1+0j)
>>>
```

x + i.y s'écrit x+yj (avec x,y des flottants).

Remarque : opérandes et opérations peuvent être séparés d'aucun, un, ou plusieurs espaces.

Les <u>commentaires</u> sont placés après un symbôle #. Tout ce qui est placé après un symbôle # sur une ligne est ignoré par l'interpréteur. Il est essentiel de les utiliser lors de l'écriture d'un programme.

/ est l'opérateur de division.

Attention son comportement est différent dans la version 2 de python lorsque ses opérandes sont entiers (il se comporte comme // en python 3 décrits ci-dessous; voir l'annexe).

```
● ● ●
                         Last login: Mon Aug 4 19:42:26 on ttys001
mbpdejephilippe:~ JPh$ python
Python 3.4.1 |Anaconda 2.0.1 (x86_64)| (default, May 19 2014, 13:05:46)
[GCC 4.2.1 (Apple Inc. build 5577)] on darwin
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> # Division
... 1 / 3
0.3333333333333333
>>> 13 / 3
4.3333333333333333
>>> # Division euclidienne (de 2 entiers)
... # Quotient :
... 13 // 3
>>>
```

// est l'opérateur de quotient de 2 entiers n et $m \neq 0$ dans la division euclidienne de n par m; il retourne le quotient entier $n//m = \lfloor \frac{n}{m} \rfloor$.

```
Last login: Mon Aug 4 19:42:26 on ttys001
mbpdejephilippe:~ JPh$ python
Python 3.4.1 |Anaconda 2.0.1 (x86_64)| (default, May 19 2014, 13:05:46)
[GCC 4.2.1 (Apple Inc. build 5577)] on darwin
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> # Division
... 1 / 3
0.3333333333333333
>>> 13 / 3
4.333333333333333
>>> # Division euclidienne (de 2 entiers)
... # Quotient :
... 13 // 3
>>> # Reste :
... 13 % 3
>>>
```

L'opérateur % retourne le reste de la division euclidienne : $n = (n//m) \times m + (n\%m)$.

```
0 0
                           Last login: Mon Aug 4 19:42:26 on ttys001
mbpdejephilippe:~ JPh$ python
Python 3.4.1 |Anaconda 2.0.1 (x86_64)| (default, May 19 2014, 13:05:46)
[GCC 4.2.1 (Apple Inc. build 5577)] on darwin
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> # Division
... 1 / 3
0.3333333333333333
>>> 13 / 3
4.333333333333333
>>> # Division euclidienne (de 2 entiers)
... # Quotient :
... 13 // 3
>>> # Reste :
... 13 % 3
>>> # Vérification :
... 3 * 4 + 1
13
>>>
```

L'opérateur % retourne le reste de la division euclidienne : $n = (n//m) \times m + (n\%m)$.

1.2.3 Le module math

le module math

Par défaut python ne connaît, en dehors des opérateurs arithmétiques, aucune fonction ou constante mathématiques : sans bibliothèque l'appel de cos(1) ou pi produit une erreur.

```
>>> # Sans bibliothèque python est ignorant en math :
... cos(1)
Traceback (most recent call last):
  File "<stdin>", line 2, in <module>
NameError: name 'cos' is not defined
>>> pi
Traceback (most recent call last):
  File "<stdin>", line 1, in <module>
NameError: name 'pi' is not defined
```

Il suffit de faire appel à la bibliothèque 'math' de fonctions mathématiques prédéfinies. C'est un module :

```
>>> from math import *  # importation des fonctions de la biliothèque

>>> pi

3.141592653589793

>>> cos(pi)

-1.0

>>> acos(-1)

3.141592653589793
```

Le module math

```
>>> sqrt(2)
                                 # racine carrée
1.4142135623730951
2.718281828459045
                                 # logarithme neperien
>>> log(e)
1.0
>>> exp(1)
                                 # exponentielle
2.718281828459045
                                 # logarithme en base 2
>>> log(256,2)
8.0
>>> log(1000,10)
                                 # logarithme en base 10
2.999999999999996
>>> # lui préférer :
                                 # logarithme base 10 plus précis
... log10(1000)
3.0
>>> fabs(-3)
                                 # valeur abolue
3.0
>>> floor(pi)
                                 # partie entière
3.0
>>> floor(-pi)
-4.0
```

1.2.4 Définition d'une fonction

Définition de fonction

L'utilisateur peut définir ses propres fonctions :

```
>>> # Definition d'une FONCTION
... def maFonction(x):
... return x**2-2*x+1
...
>>> maFonction(1)
0
>>> maFonction(0)
1
```

Ici l'appel de maFonction(x) retourne $x^2 - 2x + 1$ grâce à l'instruction return.

Une fonction peut aussi ne retourner aucun résultat, c'est une procédure :

```
>>> # Définition d'un procédure (pour python c'est aussi une fonction)
... def maProcedure(x):
... print("L'image par maFonction de", x, "est", maFonction(x))
...
>>> maProcedure(1)
L'image par maFonction de 1 est 0
>>> maProcedure(0)
L'image par maFonction de 0 est 1
>>> maProcedure(10)
L'image par maFonction de 10 est 81
```

Remarquer qu'une fonction peut être appelée dans la définition d'une autre fonction.

Remarquer que la fonction prédéfinie print() peut prendre plusieurs <u>arguments</u> séparés par des virgules, chaîne de caractère, variable numérique, etc...

Syntaxe pour la définition d'une fonction :

```
def NomdelaFonction(Paramètres):
..... Instruction1
..... Instruction2
..... :
..... Dernière instruction
```

L'instruction 'def' permet de définir une fonction. Elle est suivie du nom de la fonction obligatoirement suivi de parenthèses pouvant contenir des noms de variables, séparées si nécessaire de virgules (ce sont ses paramètres).

La parenthèse fermante est suivie de deux points ':'. Suit un bloc d'instructions. Elles doivent toutes être décalées du même nombre d'espaces (en général 3 ou 4). Appuyer sur entrée au prompt pour achever la définition.

Le résultat de la fonction, si il y a, est retourné grâce à l'instruction 'return'. Sinon on peut parler de procédure.

1.2.5 Variables

Variables

La notion de <u>variable</u> est essentielle en programmation.

- Elle permet de stocker en mémoire des valeurs, et de les utiliser et modifier à volonté au sein d'un programme.
- La valeur d'une variable évolue au cours de l'exécution d'un programme, en fonction du déroulement du programme et selon ses instructions.

```
Python 3.3.5 |Anaconda 2.0.1 (x86_64)| (default, Mar 10 2014, 11:22:25)
[GCC 4.0.1 (Apple Inc. build 5493)] on darwin
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.

>>> # Exemples de VARIABLES de différents TYPES
...

>>> nbr = -12

>>> pi = 3.14159

>>> str = "Une chaîne de caractères"

>>>
```

Quelques exemples de variables de types :

```
entier, (nbr)
flottant, (pi)
et chaîne de caractère (str).
```

```
Python 3.3.5 |Anaconda 2.0.1 (x86_64)| (default, Mar 10 2014, 11:22:25)
[GCC 4.0.1 (Apple Inc. build 5493)] on darwin
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.

>>> # Exemples de VARIABLES de différents TYPES
...

>>> nbr = -12

>>> pi = 3.14159

>>> str = "Une chaîne de caractères"

>>> nbr
-12

>>> print(nbr, pi, str)
-12 3.14159 Une chaîne de caractères

>>> str

'Une chaîne de caractères'

>>> print(str)
Une chaîne de caractères

>>>
```

Taper leur nom au prompt retourne leur valeur. L'affichage de la valeur est mieux formaté grâce à la fonction print().

```
Python 3.3.5 | Anaconda 2.0.1 (x86_64) | (default, Mar 10 2014, 11:22:25)
[GCC 4.0.1 (Apple Inc. build 5493)] on darwin
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> # Exemples de VARIABLES de différents TYPES
>>> nbr = -12
>>> pi = 3.14159
>>> str = "Une chaîne de caractères"
>>> nbr
-12
>>> print(nbr, pi, str)
-12 3.14159 Une chaîne de caractères
>>> str
'Une chaîne de caractères'
>>> print(str)
Une chaîne de caractères
>>> print("La circonférence d'un cercle de rayon 3 est",2*pi*3)
La circonférence d'un cercle de rayon 3 est 18.84953999999998
>>>
```

On peut effectuer avec une variable de type entier, flottant, chaîne, (...) tout ce que l'on peut faire avec un type respectivement entier, flottant, chaîne, (...).

```
>>> # Affectation
\dots nbr = 7
>>> nbr
7
>>> nbr = 2 * nbr + 1
>>> nbr
>>> nbr = nbr ** 2
>>> nbr
225
>>> nbr = nbr + 1
>>> nbr
226
>>> nbr += 1
>>> nbr
227
>>> |
```

L'opération principale pour une variable est l'affectation représentée par le symbôle =.

```
>>> # Affectation
... nbr = 7
>>> nbr
7
>>> nbr = 2 * nbr + 1
>>> nbr
15
>>> nbr = nbr ** 2
>>> nbr
225
>>> nbr = nbr + 1
>>> nbr
226
>>> nbr += 1
>>> nbr
227
```

Lors d'une affectation l'<u>expression</u> à droite du symbôle = est <u>évaluée</u>, avant d'être affecté à la variable dont le nom figure à gauche du symbôle =.

Le membre de gauche de = ne peut être que le nom d'une variable. Si elle n'existe pas encore la variable sera créée lors de l'affectation.

Si un même nom de variable figure des 2 côtés de =, la valeur de celle de droite est celle AVANT l'affectation, celle de gauche est celle APRES l'affectation.

L'affectation x = x + 1 n'a rien à voir avec l'équation mathématiques impossible x = x + 1.

```
>>> # Affectation
... nbr = 7
>>> nbr
7
>>> nbr = 2 * nbr + 1
>>> nbr
15
>>> nbr = nbr ** 2
>>> nbr
225
>>> nbr = nbr + 1
>>> nbr
226
>>> nbr += 1
>>> nbr
227
```

L'instruction:

```
variable †= expression
```

est équivalente à l'instruction :

```
variable = variable † expression
où † désigne n'importe quelle opération : +, -, *, /, //, %, **, etc....
```

Une **variable** a :

- un **identifiant**: pour nous c'est son nom, qui permet de manipuler la variable au sein d'un programme ou d'une instruction (en mode console). C'est une chaine de caractère alphanumérique, c.à.d. composée de lettres et de chiffres (et du symbôle '_-'), qui ne doit pas débuter par un chiffre. Eviter de le débuter par une lettre majuscule. Son nom doit être clair pour faciliter la relecture du programme.
 - Un **type** : entier (relatif), flottant (réel...), complexe, chaîne de caractère, etc...
- Un **contenu**, c'est sa valeur. Elle est stockée dans la mémoire sous forme d'un nombre en écriture binaire (: qu'avec les chiffres 0,1).

En python la définition (déclaration) d'une variable se fait à l'aide d'une affectation : variable = valeur (voir des exemples plus haut).

```
>>> type(nbr)
<class 'int'>
>>> type(pi)
<class 'float'>
>>> type(str)
<class 'str'>
```

La fonction type(.) retourne le type d'une variable :

- 1. int pour un type entier,
- 2. float pour un type flottant,
- 3. str pour une chaîne de caractère, etc...

Python pratique le *typage dynamique* : il n'est pas besoin (au contraire d'autres langages) de déclarer le type d'une variable, python s'en charge.

```
>>> a = 1
>>> type(a), a
(<class 'int'>, 1)
>>> a = 1.0
>>> type(a), a
(<class 'float'>, 1.0)
```

Le type d'une variable peut être modifié... C'est cependant à déconseiller!

Une particularité de l'affectation de variables sous python

Python permet en une seule instruction d'affectation ('=') d'affecter plusieurs variables :

```
>>> # Affectations multiples :
... varnbr, varstr = 12, "bonjour"
>>> varnbr
12
>>> varstr
'bonjour'
>>> I
```

Les variables, à gauche de l'instruction '=' d'affectation, sont séparées par des virgules, de même que les valeurs, à droite de '=', qui doivent être en même nombre, et sont affectées de gauche à droite.

Exemple : Calcul des premiers termes de la suite de Fibonacci :

La suite Fibonacci est définie par :

```
u_0 = 0, u_1 = 1, \quad \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} = u_{n+1} + u_n
```

```
>>> # Calcul des premiers termes de la suite de Fibonacci
... u, v = 0, 1 ; print(u,v)
0 1
```

Remarquer l'utilisation du point-virgule pour séparer plusieurs instructions sur une même ligne!

```
>>> u, v = u+v, u+2*v ; print(u,v)
1 2 __

>>> u, v = u+v, u+2*v ; print(u,v)
3 5
>>> u, v = u+v, u+2*v ; print(u,v)
8 13_
```

La touche \blacktriangle du clavier (déplacement vers le haut) permet de relancer la ligne d'instructions précédentes. Elle permet plus généralement par des appuis répétés de relancer l'une quelconque des lignes précédentes.

Bien noter que durant une affectation multiple les valeurs (à droite du =) sont celles avant l'appel de l'instruction. Ainsi l'instruction a,b=b,a échange les valeurs de 2 variables a et b:

```
>>> # Echange des valeurs de 2 variables
... a, b = 1, 2
>>> print(a,b)
1 2
>>> a,b = b,a
>>> print(a,b)
2 1
```

Comparer avec l'instruction suivante :

```
>>> a,b = b,a
>>> print(a,b)
2 1
>>> a = b = a
>>> print(a,b)
2 2
```

qui est équivalente à deux affectations simultanées : b=a suivie de a=b (l'affectation a=b=a est effectuée successivement de la droite vers la gauche), ou encore b=a; a=b.

Dans d'autres langages pour échanger les valeurs de 2 variables il faut faire appel à une fonction prédéfinie (souvent swap(.,.)), ou procéder en plusieurs affectations.

A l'aide d'une variable temporaire :

```
>>> a, b = 1, 2
>>> vartemp = b ; b = a ; a = vartemp
>>> print(a,b)
2 1
```

Etat de la mémoire durant l'exécution :

```
1. a, b = 1, 2

a Valeur initiale \alpha (=1)

b Valeur initiale \beta (=2)
```

2. vartemp = b

a α (=1)

b β (=2)

vartemp β (=2)

3. b = a $\begin{array}{c|cccc}
a & \alpha & (=1) \\
b & \alpha & (=1) \\
\hline
vartemp & \beta & (=2)
\end{array}$

4. a = vartemp $\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|}\hline a & \beta & (=2) \\ \hline b & \alpha & (=1) \\ \hline vartemp & \beta & (=2) \\ \hline \end{array}$

La deuxième ligne a permis d'échanger les valeurs contenues dans les variables ${\tt a}$ et ${\tt b}$, grâce à une 3^{eme} variable ${\tt vartemp}$.

Chapitre 2

Premiers programmes

2.1 Diverses utilisations de python

2.1.1 Ecriture d'un programme python

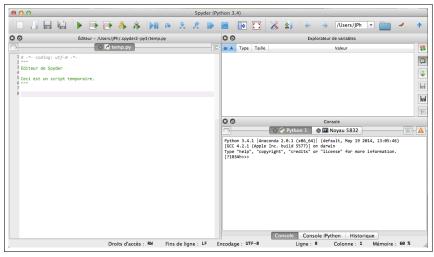
Ecrire un programme python

Le programme s'écrit dans un fichier texte que l'on sauvegarde avec l'extension .py. Le lancement du programme peut se faire à partir d'une console par la commande python fichier.py.

Il est préférable d'utiliser un environnement de développement; il permet d'écrire des programmes, de les sauvegarder, modifier, etc..., de lancer leur exécution, de la stopper, et d'avoir une fenêtre intéractive qui aide au développement du programme et retourne les résultats de l'exécution.

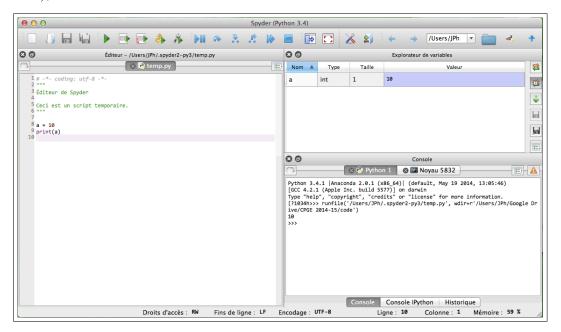
2.1.2 Environnement de programmation

Par exemple anaconda, à télécharger au lien suivant http://continuum.io/downloads avec la version 3.4 du langage :

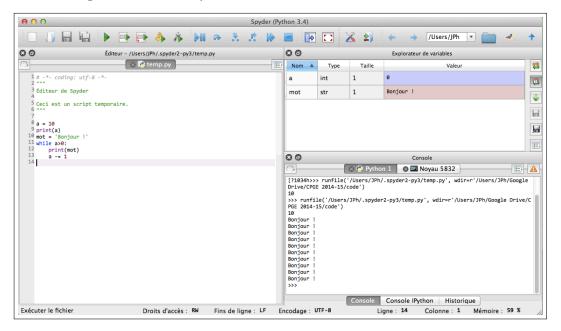


Environnement de programmation

Premier programme : saisie du programme dans l'éditeur (à gauche). Le résultat apparaît (en bas à droite) après avoir lancé l'exécution (icône : •). En haut à gauche (optionnel), l'état des variables.



On peut modifier le programme aisément, en rajoutant des commentaires, des espaces, et de nouvelles lignes d'instruction).



Détails de l'environnement de programmation

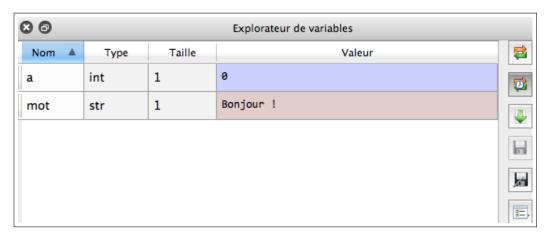
• Saisie du programme dans l'éditeur (à gauche).

• La fenêtre 'console' en bas à droite fonctionne en mode intéractif (python ou python).

```
🛭 🗘 Python 1
                                   [?1034h>>> runfile('/Users/JPh/.spyder2-py3/temp.py', wdir=r'/Users/JPh/Google
Drive/CPGE 2014-15/code')
>>> runfile('/Users/JPh/.spyder2-py3/temp.py', wdir=r'/Users/JPh/Google Drive/C
PGE 2014-15/code')
Bonjour !
Bonjour !
Bonjour !
Bonjour !
Bonjour !
Bonjour
Bonjour
Bonjour
Bonjour !
Bonjour !
>>>
                   Console
                              Console IPython
                                                Historique
```

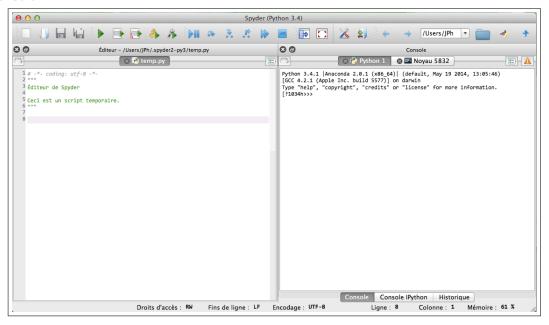
L'icône en haut à droite permet d'interrompre l'exécution d'un programme (qui bogue); celle à sa gauche de réinitialiser la console.

• La fenêtre 'explorateur de variable' (en haut à droite) donne l'état des variables après exécution.



Elle est surtout utile pour le débogage.

On peut aussi la fermer pour ne garder que les fenêtres essentielles : l'éditeur et une console.



2.2 Programmation en python

2.2.1 Saisie de données par l'utilisateur : input()

La fonction input()

Elle attend la saisie par l'utilisateur d'une chaîne de caractère, et retourne la valeur saisie. La chaîne de caractère doit être saisie sans apostrophes '.' ou guillemets ".".

```
>>> # La fonction input()
... chaine = input(); print("Vous avez saisi :",chaine)
Ceci est ma réponse
Vous avez saisi : Ceci est ma réponse
```

On peut passer à la fonction input () en argument une chaîne de caractère qui sera inscrite à l'écran.

```
>>> str = input('Saisissez votre réponse : '); print('Vous avez saisi :',str)
Saisissez votre réponse : Voici ma réponse !
Vous avez saisi : Voici ma réponse !
```

Si l'on n'a besoin d'une valeur numérique on convertit le résultat retourné à l'aide d'une fonction de conversion de type : int() ou float.

```
>>> n = int(input('Saisissez un nombre entier ')); print('Son carré est ',n**2)
Saisissez un nombre entier 3
Son carré est 9
```

Autrement un calcul produira erreur ou résultat inattendu.

```
>>> n = input('Saisissez un nombre entier '); print('Son carré est ',n**2)
Saisissez un nombre entier 3
Traceback (most recent call last):
File "<stdin>", line 1, in <module>
TypeError: unsupported operand type(s) for ** or pow(): 'str' and 'int'
```

- Attention en python 2 la fonction input() n'a pas le même comportement; la fonction analogue y est raw_input() (voir l'annexe).
- Mon premier programme devient plus interactif:

```
>>> # Mon deuxième programme :
... r = input('Comment vous appelez-vous ? '); print('Bonjour',r)
Comment vous appelez-vous ? Toto
Bonjour Toto
```

L'utilisateur peut interagir avec le programme durant son exécution.

2.2.2 Un nouveau type de variables : booléen

Type booléen: bool

Lorsque l'on saisit les conditions suivantes les valeurs retournées peuvent prendre 2 valeurs : True ou False. Elles sont de type booléen 'bool' :

```
>>> 1 < 2
True
>>> 1 > 2
False
```

```
>>> a = (1<2)
>>> type(a)
<class 'bool'>
```

Opérateurs de comparaison :

```
a < b</li>
a a une valeur strictement inférieure à celle de b
a <= b</li>
a a une valeur inférieure ou égale à celle de b
a == b
a et b ont même valeur.
a!= b
a et b ont des valeurs différentes.
```

et pareillement a > b et a >= b.

Opérations sur les booléens

On peut effectuer des opérations logiques sur les booléens (par ordre de priorité) : or, and, not() :

```
>>> a = (1 <= 2); b = (a == False); print(a,b)
True False
>>> a or b; a and b; not(a); not(b)
True
False
False
True
```

```
>>> var = "chaîne"; var == "Chaîne"; var != "Chaîne"; not(var == "Chaîne")
False
True
True
>>> (1 == 1.00) and ("chapeau" == 'chapeau')
True
```

La fonction suivante définit le connecteur logique xor (ou exclusif) :

```
>>> # Connecteurs logique xor : a xor b= a and not(b) or not(a) and b
... def xor(a,b):
... return (a and not(b)) or (not(a) and b)
...
>>> xor(True,False), xor(False,True), xor(True,True), xor(False,False)
(True, True, False, False)
```

Conversion en booléen : bool()

La fonction de conversion bool() convertit une valeur de n'importe quel type en un booléen, selon les règles suivantes :

- Un nombre 'int' ou 'float' est converti à True s'il est non nul, à False sinon.
- Une chaîne de caractère 'str' est convertie à True si elle est non vide, à False si c'est la chaîne vide : "".

```
>>> bool(3.14)
True
>>> bool(-7)
True
>>> bool('toto')
True
>>> bool('toto')
False
```

2.2.3 Structures de contrôle

Structures de contrôle

Pour l'instant nous avons vu que python est un langage de programmation impérative (un programme est une suite de ligne d'instructions), nous allons voir que c'est un langage de programmation structuré. Il reconnaît les structures de contrôles :

sans lesquelles les programmes s'exécuteraient séquentiellement ligne après ligne. Nous allons commencer par voir la structure de boucle while puis la structure de test if (elif) (else). Nous étudierons plus tard la deuxième structure de boucle for.

while et if nous suffisent pour programmer. Tandis que for et if ne suffisent pas. Cependant for est particulièrement pratique, surtout en python!

2.2.4 Structure de boucle while

L'instruction while

L'instruction while permet de répéter une séquence d'instruction, en boucle, tant qu'une *condition* est vérifiée.

```
while condition:
.... Instruction1
.... Instruction2
.... :
.... Dernière instruction
meme espace bloc d'instructions
```

En général condition s'évalue en un booléen, par exemple :

```
True, a \le 0, (a == 0) and (b!= -1).
```

```
>>> x = 1e10  # Notation scientifique 1*10^10

>>> x

10000000000.0

>>> n = 0  # Intialisation de n : nombre de passages dans la boucle

>>> while (2**n < x):

... n = n + 1

...

>>> print(n-1,';',2**(n-1),'<',x,'<=',2**n)

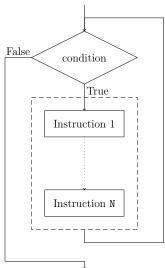
33 ; 8589934592 < 10000000000.0 <= 17179869184
```

Ainsi $33 < \log_2(10^{10}) < 34$.

Exemple : pour attendre la saisie d'une chaîne non vide :

```
>>> # Pour attendre la saisie d'une chaîne non-vide
... var = ''
>>> while not(var):
... var = input('Saisissez une chaîne non-vide ')
...
Saisissez une chaîne non-vide
Saisissez une chaîne non-vide
Saisissez une chaîne non-vide ok
>>> ■
```

• Organigramme d'une boucle while:

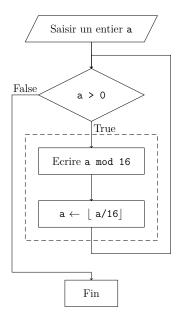


• On l'écrit en langage algorithmique :

Tant que condition faire : Instruction 1 \vdots Instruction N

• Exemple : Ecrire un nombre en base 16. (1^{ere} ébauche.)

Code python:	En langage algorithmique :
<pre>a = int(input('Saisissez un entier'))</pre>	Saisir un entier a
while a > 0 :	Tant que a > 0 faire :
print a % 16	écrire a modulo 16
a = a // 16	a ← [a /16]



• Pour comprendre son fonctionnement, modifions le code et regardons son exécution :

```
passage = 0
a = int(input('Saisissez un entier'))
while a > 0 :
    passage = passage + 1
    print('Passage ', passage)
    print('a modulo 16 : ', a % 16)
    a = a // 16
    print('a devient a//16 : ', a)
print('Sortie de la boucle')
```

Saisissez un entier: 72
Passage 1
a modulo 16: 8
a devient a//16: 4
Passage 2
a modulo 16: 4
a devient a//16: 0
Sortie de la boucle

Lorsque not(a > 0) la boucle while s'arrête.

• Amélioration du code $(2^{eme}$ ébauche) :

```
a = int(input('Saisissez un entier'))
resultat = ''
while a > 0:
    resultat = str(a % 16) + ' ' + resultat
    a = a // 16
print(resultat)
```

L'exécution produit :

```
Saisissez un nombre 72
4 8
```

```
Saisissez un nombre 16 ** 3 + 15 * 16 ** 2 + 7
1 15 0 7
```

str() retourne la valeur de son paramètre convertie en chaîne de caractère.

Pour les chaînes de caractère '+' est l'opération de concaténation :

Boucle sans fin

Attention une boucle peut ne jamais se terminer, et provoquer une exécution sans fin :

```
while True :
  print('bonjour')
```

provoque une affichage sans fin...

Cela peut être volontaire pour lancer une procédure indéfiniment : la procédure doit permettre l'arrêt :

```
while True:
menu()
```

Ici menu() est une procédure (à écrire) qui proposera plusieurs choix à l'utilisateur. Il doit pouvoir choisir l'arrêt de l'exécution du programme.

Il est important de justifier de l'arrêt d'une boucle (à l'aide d'un <u>invariant de boucle</u>).

2.2.5 Structure de test

structure de test

```
if condition :
.... Bloc d'Instructions

else :
.... Bloc d'instructions

meme espace bloc d'instructions
```

La condition est évaluée en booléen.

^{&#}x27;aaaa' + 'bbbb' s'évalue en la chaîne 'aaaabbbb'.

- Si elle a valeur **True** le premier bloc d'instruction est exécuté, le deuxième ne l'est pas, puis l'exécution du programme se poursuit.
- Si elle a valeur False le deuxième bloc d'instruction est exécuté (le premier ne l'est pas), puis l'exécution du programme se poursuit.

L'instruction else est optionnelle.

Structure de test if [else]

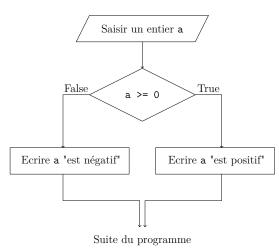
```
Code python:

a = float(input('Saisissez un nombre')) Saisir un nombre a

if a >= 0:

print(a, 'est positif') écrire a, "est positif" Sinon faire:

print(a, 'est négatif') écrire a, "est négatif"
```



Structure de test if [else]

• Exemple 1 : Une fonction pour déterminer si un nombre entier est pair ou impair :

```
def pair(n):
   if n%2 == 0:
      return True
   else:
      return False
```

- Exemple 2 : Dans le calendrier grégorien (actuel), une année est bissextile si soit :
- Elle est divisible par 4 sans être divisible par 100.

– Elle est divisible par 400.

Ecrire une fonction qui décide si une année est ou non bissextile.

```
def bissextile(n):
    if n%400 == 0:
        return True
    if n%4 == 0:
        if n%100 == 0:
            return False
        else:
            return True
    else:
        return False
```

Remarque : une commande return provoque la sortie de la fonction.

Si dans le dernier programme on remplace les commandes return par print() (ce n'est plus une fonction mais une procédure), le programme bogue :

```
def bissextile(n):
   if n%400 == 0:
      print(n,'est une année bissextile')
   if n%4 == 0:
      if n%100 == 0:
         print(n,"n'est pas une année bissextile")
      else:
         print(n,'est une année bissextile')
   else:
      print(n,"n'est pas une année bissextile')
```

```
>>> bissextile(2000)
2000 est une année bissextile
2000 n'est pas une année bissextile
```

En effet la condition n%400 == 0 est vérifiée et produit l'affichage de la première ligne, mais les conditions suivantes n%4 == 0 et n%100 == 0 sont aussi vérifiées et produisent l'affichage de la seconde ligne.

La solution consiste à imbriquer ces deux tests en conditionnant le second à l'échec du premier, de la façon suivante :

```
def bissextile(n):
    if n%400 == 0:
        print(n,'est une année bissextile')
    else:
        if n%4 == 0:
            if n%100 == 0:
                 print(n,"n'est pas une année bissextile")
            else:
                 print(n,'est une année bissextile')
        else:
                 print(n,'est pas une année bissextile')
```

Le programme ne bogue plus :

```
>>> bissextile(2000)
2000 est une année bissextile
```

Structure de test if [elif] [else]

L'écriture de tests imbriqués :

```
if (condition1) :
    Bloc d'instructions 1
else :
    if (condition2) :
        Bloc d'instructions 2
    else :
        Bloc d'instructions 3
```

s'écrit à l'aide d'une seule structure de test :

```
if (condition1) :
    Bloc d'instructions 1
elif (condition2) :
    Bloc d'instructions 2
else :
    Bloc d'instructions 3
```

elif et else sont optionnels. elif peut être utilisé plusieurs fois dans une structure de test : if ... elif ... elif ... else.

Reprenons l'exemple de la fonction bissextile. En voici une version plus concise et lisible :

```
def bissextile(n):
    if n%400 == 0:
        print(n,'est une année bissextile')
    elif n%4 == 0 and n%100!= 0:
        print(n,'est une année bissextile')
    else:
        print(n,"n'est pas une année bissextile")
```

Le programme ne bogue plus :

>>> bissextile(2000)
2000 est une année bissextile

Chapitre 3

Listes et boucle for

3.1 Les listes en python

3.1.1 Les listes

Les listes

• Dès que l'on commence à manipuler en python un grand nombre de données l'usage de variable numérique devient insuffisant.

Exemple: imaginons que l'on veuille stocker les notes des élèves d'une classe pour calculer leur moyenne et leur écart-type. On peut imaginer d'utiliser N variables de type float (N étant le nombre d'élèves de la classe), puis d'écrire des fonctions moyenne(.) et ecarttype(.) prenant N paramètres; fastidieux lorsque N=47, et il faudra la réécrire pour chaque nouvel effectif...

```
def moyenne47(n1, n2, ..., n47):
return (n1 + n2 + ... + n47) / 47
```

• En python la structure de donnée qui va nous aider est la liste. c'est un **objet** de type list qui permet de collecter des éléments : données de type quelconque : int, float, str, bool, ou d'autres listes, etc...

Les listes

Exemple:

```
>>> liste = [1, 2, 3, 'toto']

>>> print(liste)
[1, 2, 3, 'toto']
>>> type(liste)
<class 'list'>
>>> len(liste)
4
```

```
>>> liste[0], liste[1], liste[len(liste) - 1]
(1, 2, 'toto')
```

Une liste est créée à l'aide d'une affectation. Ses éléments sont entre crochets [.]. La fonction len(.) prend en argument une liste et retourne son nombre d'éléments. Les éléments d'une liste s'obtiennent grâce à leur **indice** entre crochets. Attention <u>le premier</u> élément a pour indice 0!

Les listes

Exemple : reprenons notre problème de calcul de la moyenne de notes. Mettons à profit ce que nous avons vu sur les listes ainsi que <u>la fonction sum(.)</u> qui prend en argument une liste et retourne, lorsque c'est possible, le résultat de l'opération '+' sur ses éléments.

```
>>> l = [10, 12, 14, 6, 8, 15, 3, 17]  # la liste de notes

>>> def moyenne(liste):  # fonction moyenne(.)

... return sum(liste) / len(liste)

...

>>> moyenne(l)

10.625
```

Saisissons la liste des notes. Définition de la fonction moyenne (.) qui s'applique à toute liste non vide de nombres. On obtient le résultat attendu, la moyenne est de 10.625. Les listes sont des objets modifiables (on dit aussi mutables) : on peut modifier leurs éléments.

```
>>> liste = [1, 2, 3, 'toto']  # une liste

>>> liste[0] = 'le début'; liste[2] = [-1, -2, -3]

>>> print(liste)
['le début', 2, [-1,- 2, -3], 'toto']

>>> print(liste[-1], liste[-2])

'toto' [-1, -2, -3]

>>> print(liste[-5], liste[4])
... IndexError: list index out of range
```

On modifie un élément de la liste en lui affectant une nouvelle valeur (de n'importe quel type, simple ou complexe). L'indice -1 permet d'obtenir le dernier élément. C'est plus simple que liste[len(liste) - 1]. L'indice -2 l'avant-dernier, etc... Un indice qui n'est pas compris entre -len(liste) et len(liste)-1 produit une erreur 'IndexError'.

```
>>> print(liste)
['le début', 2, [-1,- 2, -3], 'toto']
>>> type(liste[0]), type(liste[1]), type(liste[2])
(<class 'str'>, <class 'int'>, <class 'list'>
```

```
>>> print(liste[2][0])  # liste[2] est une liste

-1

>>> l = [['a', 'b'], ['c', 'd']]

>>> print(l[0][0], l[0][1], '\n', l[1][0], l[1][1])

a b

c d
```

Les éléments d'une liste sont des valeurs de différents types, celles qu'on lui a affectées. Une liste de listes permet de constituer un tableau bi-dimensionnel, etc...

Appartenance d'un élément à une liste : in

• La commande in permet de déterminer si un élément appartient ou non à une liste.

```
>>> liste = [1, -3, 5, 17.0, 2]
>>> 1 in liste
True
>>> -1 in liste
False
>>> -3.0 in liste
True
>>> 17 in liste
False
>>> 'toto' in liste
False
```

Parcours d'une liste : for Variable in Liste:

• Avec en plus la commande for on peut faire parcourir à une variable les éléments d'une liste :

```
>>> for i in liste:
...     print(i)
...
1
-3
5
17.0
2
```

• Par exemple pour répéter 3 fois une instruction :

```
>>> liste = [0, 1, 2]
>>> for i in liste:
... print('Bonjour')
...
Bonjour
Bonjour
Bonjour
```

3.1.2 Création d'un itérateur avec range()

La fonction range()

La dernière application du parcours d'une liste pour répéter une séquence d'instructions est intéressante. Mais couteuse en mémoire puisqu'une liste stocke en mémoire toutes les valeurs qu'elle contient.

• Pour cette raison (depuis la version 3 de python), la fonction range(n) retourne un itérateur sur les n premiers entiers naturels (de 0 à n-1 inclus). Les valeurs intermédiaires ne sont plus stockées en mémoire. Cependant la commande in permet encore de déterminer l'appartenance d'un élément :

```
>>> print(range(10))
range(0,10)
>>> 2 in range(10)
True
>>> 10 in range(10)
False
```

• On peut convertir le résultat retourné en une liste grâce à la fonction de conversion list() :

```
>>> 1 = list(range(10)); print(1)
[0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9]
```

• Avec deux arguments entiers m,n, range (m,n) retourne un itérateur sur les $\max(0, n-m)$ entiers consécutifs qui sont $m \le . < n$.

```
>>> print(list(range(0,10))); print(list(range(-1,11)))
[0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9]
[-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10]
```

• Avec trois arguments entiers m, n, k, range(m, n, k) retourne un itérateur sur la liste des entiers de la forme m+k*p avec p entier naturel qui sont compris entre m (inclu) et n (exclu).

```
>>> print(list(range(0,10,2))); print(list(range(10,0,-2)))
[0, 2, 4, 6, 8]
[10, 8, 6, 4, 2]
```

Ainsi : range(n) est équivalent à range(0,n) et à range(0,n,1).

```
>>> list(range(0,10,-1))  # produit la liste vide
[]
```

3.2. LA BOUCLE FOR 41

Par contre un argument non entier provoque un message d'erreur 'TypeError'.

Attention : Dans python 2, la fonction range() retourne non pas un itérateur mais une liste ; c'est la fonction xrange() qui retourne un intégrateur (cf. annexe).

3.2 la boucle for

3.2.1 Boucle for

Boucle for

L'instruction for permet de répéter une séquence d'instruction, en boucle, pour une variable qui décrit une liste (plus généralement un conteneur...) ou un itérateur d'éléments.

for variable in liste/itérateur:
.... Instruction1
.... Instruction2
.... :
.... Dernière instruction

On l'écrit en langage algorithmique, dans le cas d'un conteneur :

Pour tout i dans liste faire : Instruction 1 : Instruction N

Bien sûr la variable i peut apparaître dans le bloc d'instruction (comme variable locale : c'est une 'copie', la modifier n'affecte pas la liste).

On l'écrit en langage algorithmique, dans le cas d'un itérateur :

Pour tout i de 0 à N-1 faire : Instruction 1 : Instruction N

Le pas d'incrémentation peut être différent de 1 :

for variable in range(n,m,k):
 Instruction1
 Instruction2
 :
 Dernière instruction

On l'écrit en langage algorithmique :

```
Pour tout i de n à m± 1 par pas de k faire : Instruction 1 : Instruction N
```

Le signe + ou - dépend respectivement de k > 0 ou k < 0.

Boucles for et while

La boucle for:

```
for i in liste:
.... instruction 1
.... :
.... instruction N
```

produit un résultat identique à la boucle while :

```
L = len(liste)  # L est la longueur de liste
  j = 0  # j est l'indice
  while (j < L):  # tant que l'indice ne dépasse pas
  .... i = liste[j]  # i est l'élément d'indice j
  .... instruction 1
  .... :
  .... instruction N
  .... j = j + 1  # incrémenter l'indice j</pre>
```

seulement lorsque instruction1,..., instruction N ne modifient pas liste.

Une boucle while est plus générale. On a le droit de modifier la longueur de la liste dans la boucle while; on n'en a pas le droit dans la boucle for (on peut toujours modifier les éléments de la liste). Dans une boucle for le nombre de répétition de la boucle est fixé à l'entrée dans la boucle; c'est len(liste).

3.2.2 Exemples

Exemple 1 : la liste des carrés d'entiers compris entre 0 et 20

Nous souhaiterions créer la liste des carrés des entiers compris entre 0 et 20.

Pour cela on utilisera la <u>méthode</u> list.append() appliquée aux objets de type liste qui permet d'ajouter un élément en queue de liste :

3.2. LA BOUCLE FOR 43

```
>>> liste=[]; print(liste)
[]
>>> liste.append('toto'); print(liste)
['toto']
>>> liste.append('le héros'); print(liste)
['toto', 'le héros']
```

Solution:

```
>>> listeCarrés = [ ]  # initialisation

>>> for i in range(21):

... listeCarrés.append(i ** 2)  # actualisation

...

>>> print listeCarrés

[0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144, 169, 196, 225, 256, 289, 324, 361, 400]
```

Exemple 2 : premiers termes de la suite Fibonacci

Ecrire une fonction fibonacci() qui prend en argument un entier N et retourne une liste contenant les N premiers termes de la suite de Fibonacci : $u_0 = 0$, $u_1 = 1$, $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_{n+2} = u_{n+1} + u_n$.

Solution:

```
>>> def fibonacci(N):
...    result = [0, 1]  # Initialisation
...    for k in range(2, N)
...       result.append(result[k - 1] + result[k - 2])
...    return result
```

La définition de la fonction est proche de la définition par récurrence de la suite, la boucle for jouant le rôle de la relation de récurrence.

```
>>> fibonacci(16)
[0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610]
```

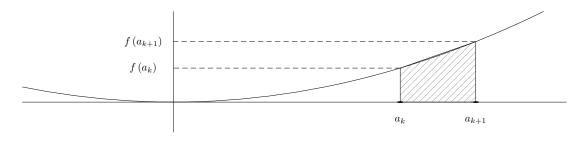
Exemple 3 : Méthode des trapèzes pour le calcul approché d'intégrales

Soit l'application $f: x \mapsto x^2$ définie sur \mathbb{R} .

Ecrire une fonction $\mathsf{trapeze}(.,.)$ qui prend en argument deux réels a et b et retourne une approximation de l'intégrale de f de a à b par la méthode des trapèzes. Comparer son résultat avec la valeur quasi-exacte.

 $\frac{\text{M\'ethode des trap\`ezes}}{\text{Soit }a_k=a+k\frac{b-a}{n}\text{ pour }k\in[[0,n]]\text{ (ainsi }a_0=a,\ a_n=b).\text{ Si }n\text{ est assez grand :}$

$$\int_{a}^{b} f(x)dx \approx \left(\frac{b-a}{n}\right) \sum_{k=0}^{n-1} \frac{f(a_{k}) + f(a_{k+1})}{2}$$
$$\approx \left(\frac{b-a}{n}\right) \left(\frac{f(a) + f(b)}{2} + \sum_{k=1}^{n-1} f(a_{k})\right)$$



```
def trapeze(a,b):
    if a > b: return -trapeze(b,a)
    N = 100
    pas = (b-a)/N
    res = (a**2+b**2)/2
    for k in range(1,N):
        res += (a + k*pas)**2
    res *= pas
    return res
```

la boucle for permet de calculer la somme.

3.2. LA BOUCLE FOR 45

Amélioration de la précision du dernier exemple

```
def trapeze(a,b):  # Version 2, meilleure précision
   if a > b: return -trapeze(b,a)
   N = int(100*(b-a))
   pas = (b-a)/N
   res = 0
   for k in range(1,N):
      res += (a + k*pas)**2
   res *= pas
   return res
```

la précision est meilleure :

```
>>> print('approchée:',trapeze(0,1), 'exacte:', 1**3/3)
approchée: 0.33335 exacte: 0.33333333333
>>> print('approchée:',trapeze(0,100), 'exacte:', 100**3/3)
approchée: 333333.335 exacte: 333333.33333
```

Chapitre 4

Listes et autres conteneurs

4.1 Approfondissements sur les listes

4.1.1 Les méthodes de la classe list

Méthodes de la classe list

Méthode :	Action:
liste.append(x)	Pour ajouter x à la fin de la liste liste
liste.extend(liste2)	Pour ajouter la liste liste2 à la suite de la liste liste
liste.insert(i,x)	Pour insérer l'élément x en position i dans liste
liste.pop()	Pour retirer et renvoyer le dernier élément dans liste
liste.pop(i)	Pour retirer et renvoyer l'élément en position i dans liste
liste.remove(x)	Pour retirer la première occurence de x dans liste
liste.index(x)	Renvoie la 1^{ere} position de x dans liste. Message d'erreur si aucune.
liste.count(x)	Renvoie le nombre d'occurrences de x dans liste.
liste.sort()	Trie la liste par ordre croissant.
liste.reverse()	Renverse l'ordre des éléments de la liste.

- Méthodes append(), extend(), insert(), pop() : pour ajouter ou retirer un élément d'une liste via son indice.
- Méthode remove () : pour retirer le premier élément d'une liste d'une valeur donnée.
- Méthode index() : pour chercher un élément dans une liste.
- Méthode count () : pour compter les éléments d'une liste.
- Méthodes sort(), reverse(): manipulation de liste: triage et renversement.

Noter aussi que $\boxed{\mathtt{x} \ \mathtt{in} \ \mathtt{liste}}$ retourne True ou False selon si \mathtt{x} apparaît ou non dans liste.

4.1.2 Saucissonnage ou slicing

Saucissonnage ou slicing

```
>>> liste1 = liste[2:5]  # tranche (slice) de la liste
>>> print(liste1)
['c', 'd', 'e']
```

L'instruction >>> liste1 = liste[2:5] crée une nouvelle liste liste1 dont les éléments sont ceux de liste allant de l'indice 2 (inclus : le 3ème élément) à l'indice 5 (exclus : jusqu'au 5ème élément, celui d'indice 4). On l'appelle une tranche (slice en anglais) de la liste.

Les indices entre crochets peuvent sortir de la plage d'indice de la liste :

```
>>> liste2 = liste[0:100]  # tranche des indices de 0 à 100
>>> print(liste2)
['a', 'b', 'c', 'd', 'e', 'f', 'g', 'h', 'i']
```

Un troisième paramètre définit un pas :

```
>>> liste3 = liste[6:2:-1]  # tranche des indices de 6 à 2 par pas de -1 >>> print(liste3)  ['g', 'f', 'e', 'd']
```

Les ':' définissent les champs, les valeurs de ces derniers étant optionnelles.

```
{\bf LISTE}[{\bf Indice\ d\'epart\ (inclus): Indice\ arriv\'ee\ (exclus): Pas}]
```

python crée la tranche en copiant l'élément de LISTE d'indice Indice de départ, puis tous les éléments obtenus en ajoutant successivement Pas à l'indice, tant qu'on ne dépasse pas Indice d'arrivée. Par défaut : Pas = 1

- si Pas > 0 : **par défaut** indice départ = 0 ; indice arrivée = len(LISTE)
- si Pas < 0 : par défaut indice départ = len(LISTE)-1 : indice arrivée = -1

```
>>> liste4 = liste[::2]  # 2 slicing par pas de 2

>>> print(liste4)

['a', 'c', 'e', 'g', 'i']

liste5 = liste[::-1]  # 2 slicing par pas de -1

['i', 'h', 'g', 'f', 'e', 'd', 'c', 'b', 'a']
```

```
>>> liste5 = liste[3::2]  # départ de l'indice 3, par pas de 2
>>> print(liste5)
>>> ['d', 'f', 'h']
liste6 = liste[:3:-1]  # départ de la fin par pas de -1, arrêt avant
l'indice 3,
>>> print(liste6)
['i', 'h', 'g', 'f', 'e']
```

```
>>> liste7 = liste[:]  # Pour copier une liste
>>> print(liste7)
['a', 'b', 'c', 'd', 'e', 'f', 'g', 'h', 'i']
```

4.1.3 Copie de liste

Copie de liste

Il faut prendre garde à la façon dont **python** copie une liste... Illustrons cela sur un exemple :

```
>>> liste = ['a', 'b', 'c']  # définition d'une liste
>>> copie = liste  # puis copie de la liste
>>> print(copie)
['a', 'b', 'c']
```

Copie d'une liste : jusqu'ici tout va bien.

```
>>> liste[0] = 'modifié'  # Modifons un élément dans liste
>>> print(liste)
['modifié', 'b', 'c']
```

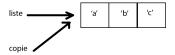
Modifions un élément de la liste originelle. Tout se passe comme prévu.

```
>>> print(copie)  # regardons ce qu'est devenue la copie ['modifié', 'b', 'c']
```

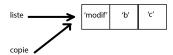
Mais, ô surprise, la copie aussi a été modifiée... Contrairement à ce qu'on aurait pu attendre.

Copie d'une liste : explication

En fait une liste en python ne contient que l'adresse mémoire où sont stockés ses éléments; c'est ce que l'on appelle un pointeur.



Quand on copie liste dans copie c'est cette adresse mémoire qui est copiée. C'est un alias qui est créé. On parle de copie par référence.



Quand on modifie un élément d'une liste, il est alors aussi modifié dans la copie. L'avantage étant qu'on encombre moins la mémoire centrale puisque les éléments de la

liste ne figurent qu'en un seul emplacement mémoire.

On peut contourner ce problème grâce à : [copie = liste[:]] qui fait une 'copie superficielle' :

```
>>> liste = ['a', 'b', 'c']  # définition d'une liste
>>> copie = liste[:]  # puis copie superficielle de la liste
>>> print(copie)
['a', 'b', 'c']
>>> liste[0] = 'modifié'  # Modifons un élément dans liste
>>> print(liste)
['modifié', 'b', 'c']
>>> print(copie)  # regardons ce qu'est devenue la copie
['a', 'b', 'c']
```

python fait une copie des éléments de la liste.. mais lorsqu'un élément est une liste, c'est l'adresse mémoire des objets de la liste qui est copiée. Aussi si l'un des éléments est une liste on retombe sur le même problème :

```
>>> liste = ['a', 'b', [0, 1]]  # définition d'une liste
>>> copie = liste[:]  # puis copie non-superficielle de la liste
>>> liste[0] = 'modifié'  # Modifons un élément dans liste
>>> liste[2][0] = 'MODIF'  # et un élément dans liste[2]
>>> print(liste); print(copie)  # regardons ce qu'est devenue la copie
['modifié', 'b', ['MODIF',1]]
['a', 'b', ['MODIF',1]]
```

Pour contourner totalement le problème utiliser la méthode liste.deepcopy() qui effectue une 'copie profonde'. Il faut avoir auparavant importé la bibliothèque copy:

```
>>> from copy import deepcopy; copie = deepcopy(liste).
```

4.1.4 Liste définie par compréhension

Compréhension de liste

On peut définir une liste à l'aide des mots-clés for, in et if comme on définit un ensemble en mathématiques 'par compréhension' :

```
[f(x) for x in liste] correspond à \{f(x)|x \in liste\}
```

Exemple:

```
>>> liste = range(10)  # définition de la liste des entiers de 0 à 9
>>> LISTE = [x**2 for x in liste] # LISTE des carrés des éléments de liste
>>> print(LISTE)
[0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81]
```

[f(x) for x in liste if Condition(x)] correspond à $\{f(x)|x \in \text{liste tel que Condition(x)}\}$

Exemple:

```
>>> Liste = [x**2 \text{ for } x \text{ in liste if } (x\%2==0)] # Carrés des éléments pairs >>> print(Liste) [0, 4, 16, 36, 64]
```

Exemple : Liste des multiplies de 12 entre 0 et 100 :

```
>>> list = [x for x in range(101) if x % 12 == 0]  # Multiples de 12
>>> print(list)
[0, 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96]
```

Exemple: Liste des diviseurs d'un entier naturel N:

```
>>> N=120
>>> diviseurs = [x for x in range(1,N+1) if (N % x == 0)] # Diviseurs de N
>>> print(diviseurs)
[1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20, 24, 30, 40, 60, 120]
```

• Exemple : application au calcul de la variance d'une série statistique.

Une série statistique pourra être donnée par une liste de nombres.

• Fonction calculant l'espérance d'une série statistique :

```
def esperance(X): # X est une liste numérique non vide
  return sum(X) / len(X)
```

On l'utilisera pour le calcul de la variance d'une série statistique :

• Calcul de la variance à l'aide de la définition : $V(X) = E((X - E(X))^2)$:

```
def variance(X):  # X est une liste numérique non vide
   m = esperance(X)
   Y = [ (x - m) ** 2 for x in X ]
   return esperance(Y)
```

• Calcul de la variance à l'aide de la formule de Koenig-Huygens : $V(X) = E(X^2) - E(X)^2$:

```
def variance(X): # X est une liste numérique non vide
    X2 = [ x ** 2 for x in X ]
    return esperance(X2) - esperance(X)**2
```

4.2 Structures de données séquentielles

4.2.1 Opérations communes

Types séquentiels

Les types int, float, bool sont des types scalaires.

Les types list (listes) et str (chaînes de caractère) sont des structures de données séquentielles.

Tous les objets de type séquentiel ont en commun les opérations suivantes :

Opération	Résultat
s[i]	élément d'indice i de s
s[i:j]	Tranche de i (inclus) à j (exclus)
s[i:j:k]	Tranche de i à j par pas de k
len(s)	Longueur de s
max(s), min(s)	Plus grand et plus petit élément de s
x in s	True si x est dans s, False sinon
x not in s	True si x n'est pas dans s, False sinon
s+t	Concaténation de s et t
s*n, n*s	Concaténation de n copies de s
s.index(x)	Indice de la 1^{ere} occurrence de \mathbf{x} dans \mathbf{s}
s.count(x)	Nombre d'occurrences de x dans s

où s et t sont des objets séquentiels de même type, et i, j, k, n sont des entiers.

4.2.2 Les chaînes de caractère

les chaînes de caractères

Les objets de type str, chaînes de caractère, sont des structures de données séquentielles :

```
>>> chaine = 'Amanda'
>>> len(chaine)
6
>>> print(chaine[::-1])
adnamA
>>> chaine.count('a')
2
>>> print(chaine*2)
AmandaAmanda
>>> max(chaine)
'n' # minuscules sont > majuscules puis ordre alphabétique
```

Ce ne sont pas des objets modifiables : changer un élément produit une erreur TypeError :

```
>>> chaine[0] = 'Z'
TypeError: 'str' object does not support item assignment
```

Exemple : Ecrire une fonction qui teste si une chaine est un palindrome :

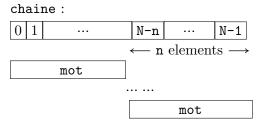
```
>>> def palindrome(c):
... if (c == c[::-1]): return True
... else: return False
```

Exemple: Recherche d'un mot dans une chaîne

La recherche d'un mot dans une chaîne de caractère est un problème essentiel en informatique qui admet des algorithmes élaborés et efficients (temps d'exécution, utilisation de la mémoire).

Donner une solution naïve, pas très efficiente n'est pas difficile :

```
def contient(chaine,mot):
    N = len(chaine)
    n = len(mot)
    for i in range(N-n+1):
        if (mot == chaine[i:i+n]): # comparaison du mot et d'une tranche
        return True
    return False
```



Le résultat est lent est couteux en mémoire car la fonction doit effectuer jusqu'à (N-n) copies d'une liste de longueur n, et pour chacune n comparaison, soit de l'ordre de (N-n)*2n opérations et (N-n)*n fois l'emplacement nécessaire au stockage d'un caractère utilisé.

4.2.3 les tuple ou sequence

les structures de données tuple

En français t-uplet. Ce sont des objets séquentiels.

On les définit par la liste de leurs éléments (comme pour une liste mais) entre parenthèses (.).

```
>>> seq = (0,1,2,3)
>>> print(seq)
(0, 1, 2, 3)
>>> print(seq[0])
0
>>> print(seq*2)
(0, 1, 2, 3, 0, 1, 2, 3)
>>> seq[0] = 1
[...]
TypeError: 'tuple' object does not support item assignment
```

Ils diffèrent des listes surtout en ce que ce sont des objets $\underline{\text{non-modifiables}}$ (non-mutable) : $\mathtt{seq[0]} = 1$ produit une erreur TypeError.

Les parenthèses sont optionnelles; nous les avons déjà utilisées par l'usage des virgules:

```
>>> a = 2
>>> 2*a, 3*a, 4*a  # retourne un t-uplet
(4, 6, 8)
```

4.3 Les dictionnaires

4.3.1 Les dictionnaires

Ce sont des structures de données qui ne sont pas séquentielles : un élément n'est plus repéré à l'aide d'un indice mais à l'aide d'un nom (sa clef). C'est un *champ* : couple d'une clef et de sa valeur. La valeur peut être de type quelconque, la clef un nombre une chaine ou un t-uplet.

Cette structure de donnée s'appelle en python un dictionnaire et dans d'autres langages un enregistrement.

Un dictionnaire se définit entre accolades {.} par la suite des champs (la clef suivie de la valeur, séparés de :).

```
France = {'Capitale' : 'Paris', 'Superficie' : 674800, 'Population' : 65000000, 'Langue' : 'Français'}
```

C'est identique à :

```
France = {}
France['Capitale'] = 'Paris'
France['Superficie'] = 674800
France['Population'] = 65000000
France['Langue'] = 'Français'
```

4.3.2 Opérations sur les dictionnaires

L'accès à un élément se fait à l'aide de sa clef :

```
>>> France['Capitale']
'Paris'
```

Pour ajouter un champ affecter une valeur à une nouvelle clef. Pour supprimer un champ utiliser la fonction del().

```
>>> France['Continent'] = 'Europe'  # ajout d'un champ
>>> del(France['Capitale'])  # suppression d'un champ
>>> print(France)
{'Continent' : 'Europe', 'Superficie' : 674800, 'Population' : 65000000,
'Langue' : 'Français'}
```

Les dictionnaires admettent les méthodes suivantes :

dict.keys()	retourne la liste des clefs du dictionnaire dict
dict.values()	retourne la liste des valeurs du dictionnaire dict
dict.items()	retourne la liste des champs (key, value) de dict
dict.copy()	retourne une copie du dictionnaire.

4.3.3 Exemple

Pour enregistrer une liste constituée d'un dictionnaire pour chaque élève d'une classe d'effectif 47 élèves, chaque dictionnaire comportant des champs pour les nom, prénom, age, 2eme langue :

```
eleves = []
for i in range(47):
    dict = {}
    dict['Nom'] = raw_input('Nom? ')
    dict['Prénom'] = raw_input('Prénom? ')
    dict['Age'] = int(raw_input('Age? ')
    dict['LV2'] = raw_input('Seconde Langue?')
    eleves.append(dict)
```

Remarque : le dictionnaire dict est une <u>variable locale</u>, une nouvelle est créée à chaque passage dans la boucle for, qui n'a plus rien à voir avec les définitions de dict précédentes.

Ecrivons maintenant une fonction qui recherche si un élève de nom donné est dans la classe et si oui retourne son dictionnaire.

```
def search(nom):
    for e in eleves:
        if e['Nom'] == nom:
            return e
    return False
```

Chapitre 5

Les modules

5.1 Utilisation d'un module

5.1.1 Importer un module

• Un module est un fichier ayant pour extension .py contenant des définitions de constantes et fonctions. Tout programmeur python peut réaliser un module. Importer un module permet d'utiliser ses constantes et fonctions.

Nous avons déjà utilisé les modules math et random.

- Pour importer un module :
 - 1 Première méthode : A l'aide de l'instruction from

Pour importer une fonction ou constante :

```
>>> from math import sqrt
>>> sqrt(2)
1.4142135623730951
```

```
>>> from math import cos, pi
>>> cos(pi/4)
0.7071067811865476
```

Pour importer toute la bibliothèque:

```
>>> from math import *
>>> sin(pi/4)
0.7071067811865476
```

2 Deuxième méthode : Sans l'instruction from. Méthode conseillée.

```
>>> import math
>>> math.sqrt(2)
1.4142135623730951
>>> math.cos(math.pi/4)
0.7071067811865476
```

Fonctions et constantes doivent être précédées d'un préfixe : le nom du module suivi d'un

point '.'.

On peut définir un alias à l'aide de l'instruction as :

5.1.2 Exemple: le module random

Voici quelques fonctions fournies par le module random :

```
randrange (a,b,k)Choisit un entier aléatoirement dans range (a,b,k)randint (a,b)Choisit un entier aléatoirement dans [[a,b]]choice (List)Choisit un entier aléatoirement dans la liste Listrandom()Choisit un float aléatoirement dans [0,1[uniform(a,b)Choisit un float aléatoirement dans [a,b[
```

Ici aléatoirement signifie selon une loi uniforme (quasiment).

Exemple: Que fait le programme suivant?

```
import random as rand
def de6(n):
    tirs = [0, 0, 0, 0, 0, 0]
    for i in range(n):
        t = rand.randint(1,6)
        tirs[t-1] += 1
    for j in range(6):
        tirs[j] = tirs[j]*100.0/n
        # 2 chiffres apres la virgule et symbole %:
        tirs[j] = '{:.2f}'.format(tirs[j]) + '%'
    return tirs
```

A l'aide de la méthode format pour le type str, l'expression '{:.2f}'.format(x), pour un flottant x, retourne une chaîne de caractères représentant l'écriture décimale du nombre x avec 2 chiffres après la virgule.

Réponse : le programme simule n lancers d'un dé 6, et compte le nombre de fois où chaque face apparaît pour finalement retourner le pourcentage d'apparition de chaque face.

Maintenant vérifions le théorème des grands nombres : pour un grand nombre de tirs les fréquences d'apparition de chaque face devraient tendre vers leur probabilité de tir, ici donc être égales (la loi est uniforme : le dé est non pipé).

```
>>> de6(10)
['30.00%', '0.00%', '20.00%', '20.00%', '10.00%', '20.00%']
>>> de6(100)
['10.00%', '22.00%', '19.00%', '20.00%', '15.00%', '14.00%']
>>> de6(1000)
['16.00%', '15.40%', '16.10%', '16.90%', '18.50%', '17.10%']
>>> de6(10000)
['16.45%', '16.66%', '16.50%', '16.84%', '17.37%', '16.18%']
>>> de6(100000)
['16.57%', '16.67%', '16.80%', '16.62%', '16.66%', '16.68%']
>>> de6(1000000)
['16.65%', '16.69%', '16.66%', '16.64%', '16.63%', '16.74%']
>>> de6(10000000)
['16.66%', '16.66%', '16.65%', '16.66%', '16.66%', '16.68%']
```

La fréquence d'apparition de chaque face est pour un grand nombre de tir proche de sa probabilité 1/6.

5.2 numpy et matplotlib

5.2.1 Modules scientifiques

Il existe de nombreux modules scientifiques sous python:

1. numpy : Puissant outil pour créer, manipuler, et appliquer de nombreuses opérations sur des tableaux de nombres (matrices). Stable et bien documenté :

```
http://docs.scipy.org/doc/numpy/reference/ (en anglais).
```

2. scipy: Fonctions mathématiques puissantes s'appliquant aux tableaux générés par numpy. C'est la boîte à outil numérique pour les tableaux numpy. Elle contient des opérations spécifiques (algèbre linéaire, statistiques,...) de manipulation de tableaux, de plus haut niveau que celles de numpy. Documentation à :

```
http://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/ (en anglais).
```

3. matplotlib : Permet le tracé de graphes de fonctions.

```
http://matplotlib.org/users/pyplot_tutorial.html (en anglais).
```

Nous allons commencer par voir de plus près les modules numpy et matplotlib.

5.2.2 Le module numpy

- Le module numpy permet de créer, de manipuler, des tableaux de nombres, ou matrices, et de leur appliquer des opérations mathématiques courantes.
- La fonction array() permet de créer un tableau, ou array, à partir d'un tableau python c'est à dire d'une liste de listes de nombres (de même longueur) :

• La fonction arange() crée une matrice ligne de façon assez analogue à la fonction range(), à ceci près que les coefficients ne sont pas forcément entiers :

```
>>> v = np.arange(0, 1.5, 0.5)

>>> v

array([ 0., 0.5, 1. ])

>>> 2*v

array([ 0., 1., 2. ])

>>> -2*v + 10

array([ 10., 9., 8. ])
```

On peut appliquer sur les tableaux de nombreuses opérations arithmétiques, certaines étant comprises terme à terme.

• On accède aux éléments d'un tableau comme en python, grâce à un indice entre crochets :

```
>>> A[0], A[1]
(array([1, 1, 1]), array([0, 1, 1]))
>>> A[1][0]
0
```

• On peut appliquer du slicing :

• Le type d'une matrice s'obtient grâce à la fonction shape(), son nombre d'élément grâce à size(). La fonction reshape() permet de changer la forme (=type) d'une matrice :

• Le produit matriciel s'obtient à l'aide de la fonction dot().

Un vecteur peut s'écrire à l'aide d'un tableau uni-dimensionnel.

Par exemple: v= np.arange(0,3) ou v=array([0, 1, 2]) mais aussi comme la matrice colonne v=array([[0],[1],[2]]).

Exemple: avec la matrice
$$3 \times 3 : A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
 et le vecteur $v = (0, 1, 2)$.

Le produit $A \times v$ est défini égal à (3,3,2); le produit $v \times A$ n'est pas défini. Mais ${}^tv \times A = (0, 1, 3)$.

```
>>> v = array([0,1,2])
>>> np.dot(A,v)
array([3, 3, 2])
>>> np.dot(v,A)
array([0, 1, 3])
```

On le voit, lorsque la multiplication est impossible, pour v.A, la fonction dot() effectue $A \times^t v$, qui a retourné pour résultat (0,1,3). On pourra saisir des matrices lignes sous forme de vecteurs (leur transposée). Ce fonctionnement est commun aux logiciels de calcul sur des matrices (matlab, scilab).

Pour effectuer le produit scalaire de 2 "vecteurs" utiliser la fonction vdot().

• La fonction transpose() permet d'obtenir la transposée :

Attention la "transposée" d'un "vecteur" est encore un "vecteur"...

• Attention l'opération A ** 2 correspond à une élévation au carré terme à terme :

• Pour élever A au carré faire plutôt :

• Pour élever une matrice carrée A à une puissance n:

- De même l'inversion A ** -1 se fait terme à terme. Elle produira ici une erreur (division par 0) alors même que la matrice A est inversible.
- Certaines fonctions plus spécifiques sont disponibles dans un sous module. Pour l'algèbre linaire c'est le sous-module linalg de numpy. Toutes les fonctions de ce sous-module devront être saisies avec le préfixe np.linalg..
- <u>Pour l'inversion de matrice</u> : utiliser la fonction inv() du sous-module linalg :

- le sous-module linalg contient aussi, entre autres :
 - 1. la fonction det () qui retourne le déterminant d'une matrice.
 - 2. La fonction solve(A,b) qui résout le système linéaire de matrice A et de second membre b (vecteur ou ligne).

Exemple : résoudre le système linéaire :

$$\begin{cases} x - y + z = 1 \\ -x + y + z = 1 \\ 2x - y - z = 0 \end{cases}$$

Solution:

```
>>> A=np.array([[1,-1,1],[-1,1,1],[2,-1,-1]])
>>> b= np.array([1,1,0])
>>> np.linalg.solve(A,b)  # avec solve()
array([1., 1., 1.])
>>> np.dot(np.linalg.inv(A),b)  # en inversant A
array([1., 1., 1.])
```

• Principales fonctions du module numpy :

```
crée un tableau à partir d'une liste 1
array(1)
arange(a,b,k)
                    crée un vecteur dont les coefs sont les a+k.N entre a (inclu) et b (exclu).
linspace(a,b,n)
                    crée un vecteur de n valeurs régulièrement espacées entre a et b (inclus)
zeros(p)
                    crée un tableau de taille p rempli de zéros
zeros((p,q))
                    crée un tableau de taille (p,q) rempli de zéros
ones(p)
                    crée un tableau de taille p rempli de uns
ones((p,q))
                    crée un tableau de taille (p,q) rempli de uns
                    pour obtenir la taille d'un tableau (= type d'une matrice)
shape()
size()
                    pour obtenir le nombre d'éléments d'un tableau
                    pour redimensioner un tableau
reshape()
dot()
                    pour effectuer un produit matriciel de 2 matrices
vdot()
                    pour effectuer un produit scalaire de 2 "vecteurs"
transpose()
                    pour transposer une matrice
                    rang d'une matrice
rank()
mean()
                    valeur moyenne d'un tableau
odeint()
                    pour intégrer une équation différentielle...
linalg:
inv()
                    inversion d'une matrice
det()
                    déterminant d'une matrice
solve(A,b)
                    résolution du système linéaire A.X = b
```

• numpy contient aussi les constantes et fonctions mathématiques usuelles.

5.2.3 Le module matplotlib

Pour le simple tracé de courbes nous n'utiliserons que le sous-module pyplot, importé, avec alias, à l'aide de la commande :

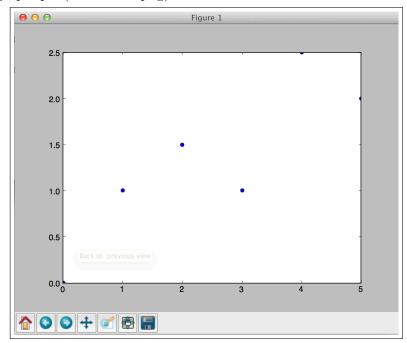
```
>>> import matplotlib.pyplot as plt
cf. documentation à: http://www.matplotlib.org.
```

- Les fonctions essentielles de pyplot sont :
 - 1. plot() pour le tracé de points, de courbes, et
 - 2. show() pour afficher le graphique créé.

- Utiliser plot() avec :
 - 1. en 1^{er} argument la liste des abscisses,
 - 2. en 2^{eme} argument la liste des ordonnées,
 - 3. en 3^{eme} argument (optionnel) le motif des points :
 - (a) '.' pour un petit point,
 - (b) 'o' pour un gros point,
 - (c) '+' pour une croix,
 - (d) '*' pour une étoile,
 - (e) '-' points reliés par des segments
 - (f) '--' points reliés par des segments en pointillés
 - (g) '-o' gros points reliés par des segments (on peut combiner les options)
 - (h) 'b', 'r', 'g', 'y' pour de la couleur (bleu, rouge, vert, jaune, etc...)
 - (i) cf. http://matplotlib.org/api/pyplot_api.html\#matplotlib.pyplot.plot.
- Exemple : pour le tracé d'un nuage de points :

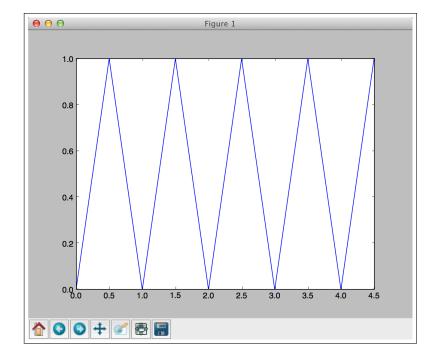
```
>>> import matplotlib.pyplot as plt
>>> abs = [0, 1, 2, 3, 4, 5]
>>> ord = [0, 1, 1.5, 1, 2.5, 2]
>>> plt.plot(abs, ord, 'o')
[<matplotlib.lines.Line2D object at 0x10c6610d0>]
>>> plt.show()
```

produit un graphique (au format .png):



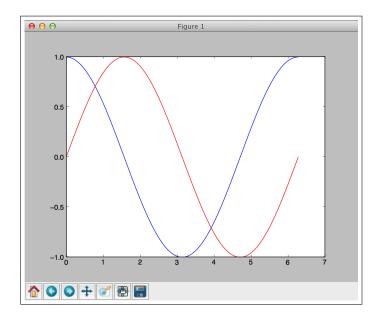
• Exemple : pour le tracé d'une ligne brisée :

```
>>> import matplotlib.pyplot as plt
>>> abs = [n/2. for n in range(10)]
>>> ord = [n % 2 for n in range(10)]
>>> plt.plot(abs,ord,'-b')
[<matplotlib.lines.Line2D object at 0x10dd1fa10>]
>>> plt.show()
```

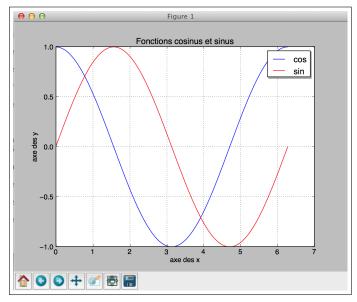


• Exemple : pour le tracé de courbes représentatives de fonctions réelles :

```
>>> import matplotlib.pyplot as plt
>>> import numpy as np  # pour linspace() et les fonctions mathématiques
>>> X = np.linspace(0, 2*np.pi, 256) # X = 256 pts régulièrement espacés
>>> Ycos = np.cos(X)  # image directe de X par cos
>>> Ysin = np.sin(X)  # image directe de X par sin
>>> plt.plot(X,Ycos,'b')  # tracé de la courbe de cos en bleu
[<matplotlib.lines.Line2D object at 0x10d5e2b50>]
>>> plt.plot(X,Ysin,'r')  # tracé de la courbe de sin en rouge
[<matplotlib.lines.Line2D object at 0x1073aad90>]
>>> plt.show()
```



• On améliore le tracé en remplissant quelques options avant de la sauvegarder (au format .png dans le répertoire utilisateur).



• On peut tout aussi bien tracer des courbes paramétrées.

```
>>> T = np.linspace(0,2*np.pi,256)  # paramètre t

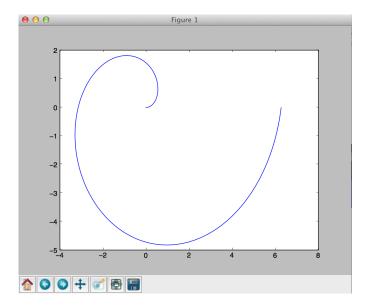
>>> X = [ t * np.cos(t) for t in T ]  # x(t) = t.cos(t)

>>> Y = [ t * np.sin(t) for t in T ]  # y(t) = t.sin(t)

>>> plt.plot(X,Y,'b')  # Tracé de la courbe paramétrée {(x(t),y(t))}

[<matplotlib.lines.Line2D object at 0x10c044ed0>]

>>> plt.show()
```



• Exemple : Tracé du cercle unitaire.

```
>>> T = np.linspace(0,2*np.pi,256)  # paramètre t

>>> X = np.cos(T)  # x(t) = cos(t)

>>> Y = np.sin(T)  # y(t) = sin(t)

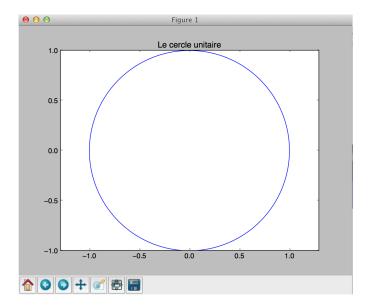
>>> plt.plot(X,Y,'b')  # Tracé de la courbe paramétrée

{(x(t),y(t))}

>>> plt.axis('equal')  # Pour que le repère soit orthonormé

>>> plt.title'Le cercle unitaire'

>>> plt.show()
```



5.3 scipy

scipy est le module à utiliser pour des applications scientifiques élaborées. Notamment pour l'intégration de fonctions (intégrales propres) et la résolution d'équations différentielles.

On l'utilisera conjointement à numpy car ses fonctions s'appliquent souvent à des tableaux créés sou numpy. Tout d'abord importons numpy pour bénéficier de la fonction linspace():

```
>>> import numpy as np
```

• Ensuite, pour l'intégration et la résolution d'équations différentielles, nous ne ferons usage que du sous-module integrate de scipy :

```
>>> from scipy import integrate
```

- scipy bénéficie de nombreux autres modules pour d'autres domaines du calcul numérique, algèbre linéaire, statistiques, voir par exemple l'aide en ligne: http://scipy-lectures.github.io/intro/scipy.html, ou encore: http://scipy.org.
- scipy.integrate dispose de différentes méthodes pour l'intégration de fonctions :
 - 1. La méthode quad(f,a,b) pour intégrer f sur l'intervalle [a,b]:

```
>>> f = lambda x: x**2
>>> integrate.quad(f,0,1)
(0.33333333333333337, 3.700743415417189e-15)
```

Elle retourne un couple constitué de la valeur approchée de l'intégrale (1er élément) et d'une estimation de l'erreur commise. Pour accéder indépendamment à ces 2 valeurs :

5.3. SCIPY 69

```
>>> res = integrate.quad(f,0,1)
>>> res[0]  # Résultat obtenu
0.3333333333333337
>>> res[1]  # Estimation de l'erreur
3.700743415417189e-15
```

2. La méthode quadrature (f,a,b) pour intégrer f sur l'intervalle [a,b] (par la méthode de quadrature gaussienne).

```
>>> integrate.quadrature(f,0,1)
(0.333333333333315, 1.1102230246251565e-16)
```

La deuxième valeur retournée est la différence obtenue entre les résultats de deux dernières itérations (la méthode est récursive et s'arrête dès que cette valeur est inférieure à une borne donnée tol=1.48e-08 que l'on peut modifier en paramètre optionnel).

3. D'autres méthodes, par exemple pour le calcul d'intégrales doubles ou multiples sont disponibles dans scipy :

voir : http://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/integrate.html.

- Les méthodes suivantes ne s'appliquent pas à une fonction et à un intervalle, mais seulement à un échantillonnage (régulier) de la fonction sur l'intervalle d'intégration :
 - 1. trapz() applique la méthode des trapèzes à un échantillonnage :

```
>>> import numpy as np
>>> x = np.linspace(0,1,100)
>>> y = x ** 2
>>> integrate.trapz(y, dx=0.01)
0.33001683501683515
```

Attention à bien passer en argument le pas dx (= $h = \frac{b-a}{n}$) car par défaut dx = 1 ce qui aboutirait à un résultat erroné.

2. simps() applique la méthode d'intégration de Simpson à un échantillonnage :

```
>>> integrate.simps(y, dx=0.01)
0.33000017005067522
```

3. Si l'échantillonnage est régulièrement espacé et comporte 2^k+1 points pour un entier k, alors la méthode ${\tt romb}$ () applique la méthode d'intégration de Romberg à un échantillonnage :

```
>>> x = np.linspace(0,1,257) # 257 = 2^8 +1
>>> y=x**2
>>> integrate.romb(y, dx=1/256)
0.33333333333333333
```

Attention à bien spécifier l'option : $dx = 2^k$ (=valeur du pas h), qui vaudrait sinon 1 par défaut et aboutirait à un résultat erroné :

```
>>> integrate.romb(y) 85.3333333333333
```

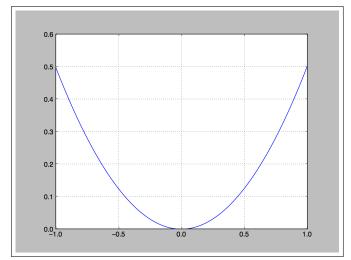
5.3.1 Intégration d'équations différentielle sous scipy

- La méthode odeint () du sous-module integrate de scipy permet l'intégration d'équations différentielles avec condition initiale :
- O.D.E. pour 'Ordinary Differential Equation', c.à.d. 'Equation différentielle ordinaire', on dirait plutôt du premier ordre : $y' = \phi(y,t)$ avec condition initiale (t_0, y_0) .
- Utilisation : Prenons l'exemple de l'intégration sur [-1,1] de l'E.D. :

$$y' = t \quad \text{avec } y(-1) = \frac{1}{2}$$

dont l'unique solution est $y(t) = \frac{t^2}{2}$. (C'est en fait ici une recherche de primitive.)

```
>>> import numpy as np
>>> t = np.linspace(-1,1,100)  # tableau des temps de l'échantillonnage
>>> phi = lambda y,t: t  # fonction du second membre
>>> from scipy import integrate
>>> y0 = 1/2 # condition initiale y[0] = y(-1) = 1/2 à t[0]=-1
>>> y = integrate.odeint(phi, y0, t) # y=échantillon de la fonction sur t
>>> import matplotlib.pyplot as plt  # tracé
>>> plt.plot(t,y)
>>> plt.grid()
>>> plt.show()
```



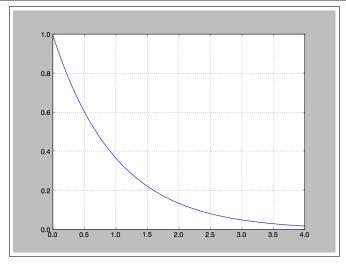
Voici le tracé obtenu. Il correspond bien au résultat attendu : $y(t) = \frac{t^2}{2}$ sur l'intervalle [-1,1].

• Autre exemple :

$$y' = -y$$
 avec $y(0) = 1$

5.3. SCIPY 71

a pour unique solution $y(t) = e^{-t}$.



5.3.2 Equation différentielles d'ordres supérieurs

• La fonction integrate.odeint permet aussi de résoudre des systèmes d'équations différentielles (2 ou plus) :

$$\begin{cases} y_1' = f_1(y_1, t) \\ y_2' = f_2(y_2, t) \end{cases}$$
 avec conditions initiales $y_1(x_0)$ et $y_2(x_0)$

Pour cela on passera pour arguments à odeint : integrate.odeint(F,Y0,t) avec F et Y0 de type array :

$$F = np.array([f1,f2]) et Y0 = np.array([y1(x0),y2(x0)]).$$

- \bullet C'est cette fonction nalité que l'on utilise pour résoudre des équations différentielles d'ordre supérieur :
- Exemple :

$$y'' = \cos(t)$$
 avec $y(0) = -1$ et $y'(0) = 0$

a pour solution évidente $y(t) = -\cos(t)$.

L'équation différentielle est équivalente au système (problème de Cauchy) :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}y = y' \\ \frac{d}{dt}y' = \cos(t) \end{cases}$$
 avec : $y(0) = -1$ et $y'(0) = 0$

• Le système :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}y = y' \\ \frac{d}{dt}y' = \cos(t) \end{cases}$$
 avec : $y(0) = -1$ et $y'(0) = 0$

s'écrit comme un problème de Cauchy vectoriel :

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} y \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y' \\ \cos(t) \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{pmatrix} y(0) \\ y'(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

En posant
$$Y = \begin{pmatrix} y \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y[0] \\ Y[1] \end{pmatrix}$$
:

```
import numpy as np

def F(Y,t):  # array des fonctions aux seconds membres
    return np.array([Y[1],np.cos(t)])

from scipy import integrate

t = np.linspace(0,6,100)  # Subdivision régulière de [0,6]

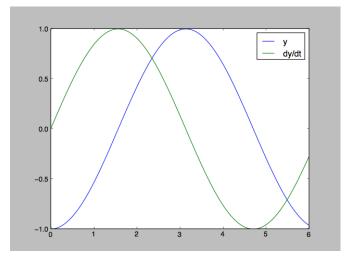
y0 = np.array([-1,0])  # array des conditions initiales

y = integrate.odeint(F,y0,t)  # appel de odeint
```

Tracé du graphe:

```
import matplotlib.pyplot as plt
plt.plot(t,y)
plt.legend(('y','dy/dt'))
plt.show()
```

5.3. SCIPY 73



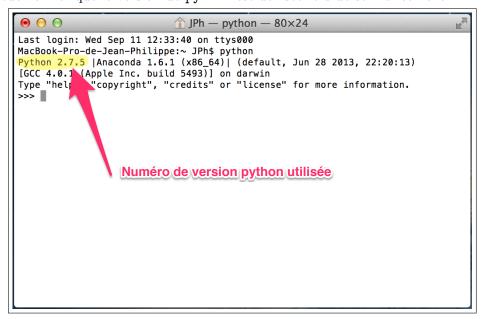
On obtient 2 courbes, celle de $y(t) = -\cos(t)$ et celle de $y'(t) = \sin(t)$.

Annexe A

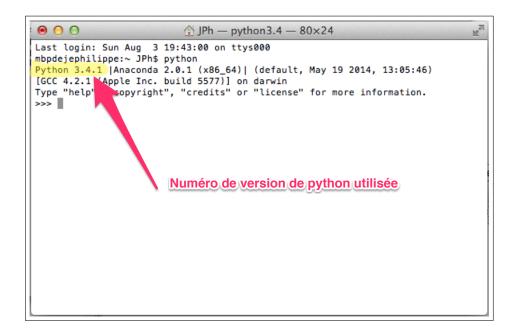
python 2 versus python 3

A.1 python versions 2 et 3

- En 2008, sort la version 3 de python qui perd sa compatibilité avec la version 2 précédente du langage, afin d'en corriger les principaux défauts.
- On peut encore rencontrer les versions 2 (ver. 2.7) et 3 (ver. 3.4) de python.
- Si la version 2 est encore largement utilisée c'est d'abord car on perd la compatibilité entre les versions 2 et 3, et surtout car tous les modules de python ne sont pas encore, à ce jour, compatibles avec la version 3.
- Si l'on débute en python, et si l'on n'a pas besoin des quelques rares modules qui ne sont pas encore compatibles, il vaut mieux utiliser la dernière version, la version 3.
- On peut vérifier quelle version de python est utilisée lors de son lancement :



• Ci-dessus il s'agit de la version 2.7.5, ci-dessous de la version 3.4.1 :



ullet On peut aussi obtenir ces mêmes informations, dont la version utilisée, grâce aux instructions :

```
>>> import sys
>>> sys.version
'3.4.1 |Anaconda 2.0.1 (x86_64)| (default, May 19 2014, 13:05:46) \ n[GCC
4.2.1 (Apple Inc. build 5577)]'
```

• Ici il s'agit encore de la version python 3.4.1.

A.2 Principaux changements de la version 3

A.2.1 Changements de la fonction print()

• La commande print n'existe plus, au seul profit de la fonction print() :

En python 2 les deux syntaxes suivantes sont acceptées :

```
>>> print "bonjour", "le monde"
bonjour le monde
>>> print("bonjour", "le monde")
bonjour le monde
```

En python 3 seule la deuxième syntaxe est acceptée :

```
>>> print("bonjour", "le monde")
bonjour le monde
```

print est obligatoirement suivie de parenthèses.

A.2.2 Changements de la fonction input()

• En python 2 input() convertit l'entrée saisie dans le type adéquat :

```
>>> a = input('?')
? 3.1415
>>> type(a)
<type 'float'>
>>> print(a+1)
4.1415
```

Une chaîne de caractère doit être saisie entre '.' ou ".":

```
>>> a = input('?' )
? 'bonjour'
>>> type(a)
<type 'str'>
>>> print(a)
bonjour
```

• Pour saisir une chaîne de caractère sans '.' ou "." il faut plutôt utiliser la fonction raw_input() :

```
>>> a = raw_input('?' ')
? bonjour
>>> print(a)
bonjour
```

• En python 3 input() retourne toujours une chaîne de caractère qui ne nécessite plus d'être saisie entre '.' ou ".".

```
>>> a = input('?')
? 3.1415
>>> type(a)
<class 'str'>
>>> print(float(a)+1)
4.1415
```

En contrepartie il faut une conversion à l'aide de int() ou float() si l'on souhaite un nombre.

En python 3 input() se comporte comme la fonction raw_input() de python 2. En python 3 la fonction raw_input() n'existe plus.

A.2.3 Changement de l'opération de division /

• En python 2 la division / entre nombre entiers retourne un nombre entier :

```
>>> 1 / 2
0
```

• Pour obtenir un flottant, le résultat correct, il faut qu'au moins un des deux opérandes soit de type float :

```
>>> 1 / float(2)

0.5

>>> 1.0 / 2

0.5

>>> 1. / 2

0.5
```

• En python 3 ce n'est plus le cas :

```
>>> 1 / 2
0.5
```

• Pour obtenir le quotient entier de deux entiers en python 3 il faut utiliser l'opérateur // :

```
>>> 1 // 2
0
```

• Pour imposer qu'en python 2 la division se comporte comme en python 3 taper l'instruction d'importation :

```
>>> from __future__ import division
```

A.2.4 Changements de la fonction range()

• En python 2 la fonction range() retourne une liste :

```
>>> range(0,10)
[0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9]
```

• Ce n'est plus le cas en python 3 : range() retourne un itérateur :

```
>>> range(0,10)
range(0,10)
```

c'est à dire la méthode pour calculer les différents éléments, afin d'alléger l'usage de la mémoire.

Pour obtenir une liste en python 3 utiliser la fonction de conversion list():

```
>>> list(range(0,10))
[0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9]
```

- \bullet La fonction range() de python 3 a le même résultat que la fonction xrange() de python
- 2. La fonction xrange() n'existe plus en python 3.

Ce cours est issu des supports de cours de Mathématiques Supérieures, qui sont accessibles à l'url : http://www.latp.univ-mrs.fr/~preaux dans la rubrique "enseignements".