

TP : Feuille d'Exercices 6*La récursivité*

Exercice 1. On rappelle l'algorithme d'Euclide permettant de retourner le *pgcd* de 2 entiers a et b :

```
Tant que b ≠ 0
  r = reste de la division de a par b
  a = b
  b = r
retourner a
```

Ecrire une version récursive de l'algorithme d'Euclide.

Exercice 2. Le format de papier A0 correspond à un rectangle de largeur de 84,1cm et une longueur de 118,9cm. le format A1 est obtenu en coupant en deux parties égales le format A0, il a donc pour longueur la largeur de A0 et pour largeur la moitié de la longueur de A0. Sur le même principe une feuille A1 contient deux feuilles A2, une feuille A2 deux feuilles A3, etc...

Ecrire une fonction récursive prenant en paramètre un entier naturel n et qui retourne longueur et largeur, dans cet ordre, d'une feuille de format An.

Exercice 3. Soit f une application continue sur une intervalle $[a, b]$ vérifiant $f(a).f(b) \leq 0$. D'après le théorème des valeurs intermédiaires f admet une racine sur $[a, b]$. On peut déterminer une valeur approchée de cette racine, par une recherche par dichotomie.

Ecrire une version récursive de la recherche d'une racine par dichotomie. L'appel de `dichotomie(f, a, b, e)` retournera une valeur approchée à e près d'une racine de f sur $[a, b]$.

Exercice 4. Ecrire une fonction récursive retournant le nombre de façons différentes de constituer une rangée de longueur n de briques uniquement avec des briques de longueur 1 et 2 ?

Exercice 5.

- (1) Ecrire une fonction récursive qui calcule le coefficient binomial $\binom{n}{k}$ à l'aide de la relation de Pascal :

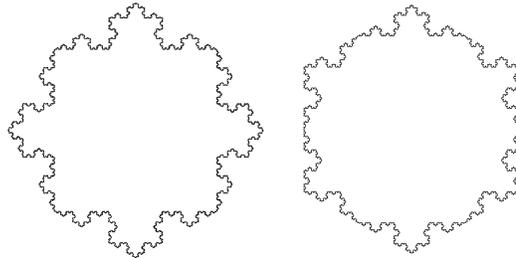
$$\forall (k, n), \in \mathbb{N}^2 \quad \binom{n}{k} = \begin{cases} 0 & \text{si } k > n \\ 1 & \text{si } k = 0 \\ \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k} & \text{si } 0 < k \leq n \end{cases}$$

- (2) L'améliorer en lui passant en paramètre le tableau de taille $(n+1) \times (k+1)$ des coefficients déjà calculés.

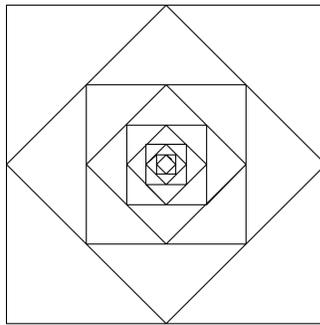
- (3) Comparer leur temps d'exécution.

Exercice 6.

- (1) Déterminer la complexité algorithmique du tracé du flocon de Von Koch (en fonction du paramètre n).
- (2) De quel ordre de grandeur serait la durée du calcul pour une profondeur $n = 100$ avec un processeur à 10Ghz ? (on donnera la réponse (approximative) en milliards d'années).
- (3) En s'en inspirant, sauriez-vous tracer les graphiques suivants ?



Exercice 7. Seriez-vous capable à l'aide du module turtle, et par récursivité, d'écrire une fonction prenant en paramètre un entier n et qui réalise le dessin suivant avec n carrés imbriqués (on pourra aussi passer en second paramètre la longueur des côtés du plus grand carré).



Quelle est sa complexité ?

Exercice 8. Reprendre le dernier exercice (le labyrinthe) du TD précédent sur les piles, et écrire une version récursive de l'algorithme de recherche d'un trajet de l'entrée à la sortie.