Exercice 1

1. Ecrire une fonctions `moyenne` prenant en paramètre une séquence numérique (liste ou tuple) et retournant sa moyenne.
2. Ecrire une fonctions `variance` prenant en paramètre une séquence numérique (liste ou tuple) et retournant sa variance.
   On rappelle que $V(X) = E((X - E(X))^2) = E(X^2) - E(X)^2$
   et on fera appel à la fonction `moyenne()`.
3. Quelles sont leur complexité (en fonction de la longueur de la séquence) ?
4. Les tester en générant une liste aléatoire à l'aide de la fonction `uniform(a,b)` du module `random` qui retourne un nombre aléatoire `a`$\leqslant . \leqslant$ `b` selon une loi uniforme. Peut-on estimer quels devraient être les résultats lorsque la liste est suffisamment longue ?

Les exercices qui suivent sont des épreuves types d'oraux de concours banque PT

Exercice 2
Recherche d'espace libre contigü.

Soit un entier naturel n non nul et une liste `t` de longueur n dont les termes valent 0 ou 1. Le but de cet exercice est de trouver le nombre maximal de 0 contigus dans `t` (c'est-à-dire figurant dans des cases consécutives). Par exemple, le nombre maximal de zéros contigus de la liste `t1` suivante vaut 4 :

`i`	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
`t1[i]`	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0

1. Écrire une fonction `nombreZeros(t,i)`, prenant en paramètres une liste `t`, de longueur n, et un indice i compris entre 0 et $n-1$, et renvoyant :

$$\begin{cases} 0, \text{ si } \texttt{t}[i] = 1 \\ \text{le nombre de zéros consécutifs dans } \texttt{t} \text{ à partir de } \texttt{t}[i] \text{ inclus, si } \texttt{t}[i] = 0 \end{cases}$$

   Par exemple, les appels `nombreZeros(t1,4)`, `nombreZeros(t1,1)` et `nombreZeros(t1,8)` renvoient respectivement les valeurs 3, 0 et 1.
2. Comment obtenir le nombre maximal de zéros contigus d'une liste `t` connaissant la liste des `nombreZeros(t,i)` pour $0 \leqslant i \leqslant n-1$?
   En déduire une fonction `nombreZerosMax(t)`, de paramètre `t`, renvoyant le nombre maximal de 0 contigus d'une liste `t` non vide. On utilisera la fonction `nombreZeros`.
3. Quelle est la complexité de la fonction `nombreZerosMax` construite à la question précédente ?
4. Trouver un moyen simple, toujours en utilisant la fonction `nombreZeros`, d'obtenir un algorithme plus performant.

Exercice 3
Cryptage de César.

Soit `n` un entier vérifiant $\texttt{n} \leqslant 26$. On souhaite écrire un programme qui code un mot en décalant chaque lettre de l'alphabet de `n` lettres.
Par exemple pour $n = 3$, le décalage sera le suivant :

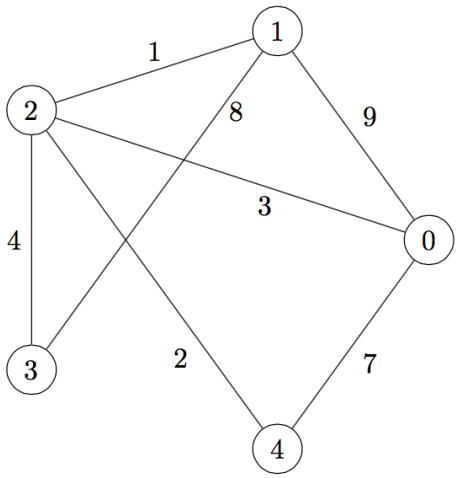
avant décalage	a	b	c	d	...	...	x	y	z
après décalage	d	e	f	g	...	...	a	b	c

Le mot `oralensam` devient ainsi `rudohqvdp`.

1. Définir une chaîne de caractères contenant toutes les lettres dans l'ordre alphabétique (caractères en minuscule).
2. Écrire une fonction `decalage`, d'argument un entier `n`, renvoyant une chaîne de caractères contenant toutes les lettres dans l'ordre alphabétique, décalées de `n`, comme indiqué ci-dessus.
3. Écrire une fonction `indices`, d'arguments un caractère `x` et une chaîne de caractères `phrase`, renvoyant une liste contenant les indices de `x` dans `phrase` si `x` est une lettre de `phrase` et une liste vide sinon.
4. Écrire une fonction `codage` d'arguments un entier `n` et une chaîne de caractères `phrase`, renvoyant `phrase` codé avec un décalage de `n` lettres.
5. Comment peut-on décoder un mot codé ?

Exercice 4
Parcours de graphe.

On considère le graphe `G` suivant, où le nombre situé sur l'arête joignant deux sommets est leur distance, supposée entière :



1. Construire la matrice $(\texttt{M}_{ij})_{0 \leqslant i,j \leqslant 4}$, *matrice de distances* du graphe `G`, définie par :

   pour tous les indices i, j, $\texttt{M}_{ij}$ représente la distance entre les sommets i et j,
   ou encore la longueur de l'arête reliant les sommets i et j.

   On convient que, lorsque les sommets ne sont pas reliés, cette distance vaut -1. La distance du sommet i à lui-même est, bien sûr, égale à 0.
2. Écrire une suite d'instructions permettant de dresser à partir de la matrice `M` la liste des voisins du sommet 4.
3. Écrire une fonction `voisins`, d'argument un sommet i, renvoyant la liste des voisins du sommet i.
4. Écrire une fonction `degre`, d'argument un sommet i, renvoyant le nombre des voisins du sommet i, c'est-à-dire le nombre d'arêtes issues de i.
5. Écrire une fonction `longueur`, d'argument une liste `L` de sommets de `G`, renvoyant la longueur du trajet décrit par cette liste `L`, c'est-à-dire la somme des longueurs des arêtes empruntées. Si le trajet n'est pas possible, la fonction renverra -1.