

Feuille d'Exercices n° 19

Systemes lineaires.

Exercice 1. Après avoir vérifié que leur solution est unique, résoudre les systèmes d'équations linéaires suivants d'inconnues x, y, z de 2 façons différentes, avec les fonctions `solve` et `inv` du sous module `linalg` de `numpy`.

(1)

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x - 2y + z = 0 \\ 2x - y + z = 2 \end{cases}$$

(2)

$$\begin{cases} 2x + y - 2z + t = -2 \\ x + 2y + z - t = 1 \\ x - y + z - t = 4 \\ -x + y + 2z + t = -1 \end{cases}$$

Exercice 2. Nous considérons dans les exercices suivants les trois suites imbriquées $(u_n), (v_n), (w_n)$ définies à l'aide de la relation de récurrence :

$$u_0 = v_0 = w_0 = 1, \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad \begin{cases} u_{n+1} = u_n + v_n + w_n \\ v_{n+1} = 2.u_n - v_n + w_n \\ w_{n+1} = u_n + 2.v_n + w_n \end{cases}$$

- (1) Ecrire une fonction `uvw(n)` prenant en paramètre un entier positif `n` et qui retourne la valeur du triplet (u_n, v_n, w_n) . On utilisera un produit matriciel après avoir re-écrit la relation de récurrence à l'aide de l'écriture matricielle :

$$\begin{pmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \forall n \in \mathbb{N}, \quad \begin{pmatrix} u_{n+1} \\ v_{n+1} \\ w_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} u_n \\ v_n \\ w_n \end{pmatrix}$$

Pour vérification, `uvw(10)` retournera `array([70632, 56813, 89072])`.

- (2) Pour trois suites $(u'_n), (v'_n), (w'_n)$ vérifiant la même relation de récurrence que ci-dessus, on a obtenu $u'_{10} = 33752, v'_{10} = 26101, w'_{10} = 43038$. Déterminer les valeurs de u_0, v_0, w_0 .

Exercice 3. Déterminer tous les polynômes de degré au plus 4 prenant pour valeurs -1, -5, 1, 5 et 19 respectivement en -2, -1, 0, 1 et 2.