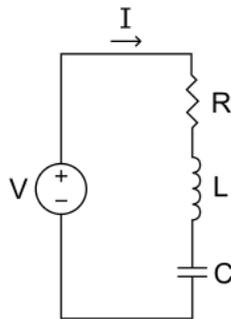


Feuille d'Exercices - TD n° 21

Résolution numérique d'équations différentielles du second ordre.

Exercice 1. Circuit RLC en série.

On considère un circuit électrique constitué d'une source de tension V , d'une résistance R , d'une bobine L et d'une capacité C montés en série.



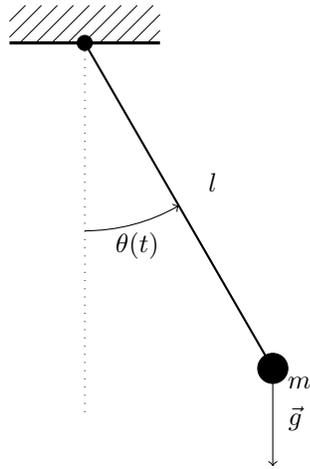
La tension aux bornes de la bobine satisfait alors l'équation différentielle :

$$\frac{d^2 u_L}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{du_L}{dt} + \frac{1}{LC} u_L = \frac{d^2 V}{dt^2}$$

- (1) Tracer la courbe de la tension aux bornes de la bobine pour $V(t) = \sin(2\pi ft)$ sur un intervalle de temps de 1 seconde (on prendra 10000 points) pour $f = 100$ Hz, $R = 10 \Omega$, $L = 870$ mH, $C = 650$ mF. A l'instant initial aux bornes de la bobine la tension est nulle ainsi que sa dérivée.

Exercice 2. Pendule sans frottement.

Un pendule de masse m soumis à un champ de pesanteur constant se déplace dans un plan vertical ; il est situé au bout d'une tige rigide de longueur l et de masse nulle tournant sans frottement autour de son extrémité fixe.



L'élongation angulaire $\theta(t)$ satisfait l'équation différentielle :

$$\ddot{\theta} = -\frac{g}{l} \sin \theta$$

- (1) Résoudre numériquement l'équation différentielle avec une position initiale égale à $\theta(0) = \frac{\pi}{2}$, une vitesse initiale nulle, et avec $g = 9,81m.s^{-2}$ et $l = 10cm$.
- (2) Vérifier la propriété de conservation de l'énergie, c'est à dire que :

$$\frac{1}{2} l^2 [\dot{\theta}(t)]^2 - g l \cos \theta(t)$$

reste constant au cours du temps.