

Feuille d'exercice 5

Exercice 1.

- (1) Ecrire une fonction `pgcd(a,b)` qui calcule le PGCD de deux entiers positifs a et b à l'aide de l'**algorithme d'Euclide** :

```
Donnés deux entiers positifs a et b :
TANT QUE b ≠ 0 :
    Changer a et b respectivement par b et a modulo b
RETOURNER a
```

- (2) Ecrire la fonction `irreductible(a,b)` qui prend en paramètre 2 entiers $(a,b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}^*$ et qui renvoie le couple $c,d \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}^*$ où $\frac{c}{d}$ est une fraction irréductible égale à $\frac{a}{b}$

Exercice 2.

- (1) Ecrire une fonction `premier(n)` prenant en paramètre un entier positif n et qui renvoie le booléen `True` ou `False` selon si n est un nombre premier ou pas. (Indication : Pour déterminer si un nombre n est premier il suffit de vérifier qu'il n'est divisible par aucun entier compris entre 2 et \sqrt{n} .)
- (2) En déduire une fonction `Premiers(N)` qui retourne la liste des nombres premiers dans $[[0, N]]$.

Exercice 3. Écrire une fonction `fibonacci(n)` qui prend en paramètre une entier n et qui retourne la listes des termes u_0, \dots, u_n de la suite de Fibonacci :

$$u_0 = 0, u_1 = 1, \quad \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} = u_n + u_{n+1}$$

Exercice 4. Exercice type d'Oral - Banque PT (ENSAM,...)

1. On considère le code Python de la fonction `d` suivante :

```
def d(n):
    L=[1]
    for nombre in range(2,n+1):
        if n%nombre==0:
            L.append(nombre)
    return L
```

Quel est le résultat de l'appel `d(4)` ? Puis de l'appel `d(10)` ?

Que fait la fonction `d` ?

2. Un *diviseur non-trivial* d'un entier n est un diviseur de n différent de 1 et de n . Écrire une fonction `DNT`, d'argument n , renvoyant la liste des diviseurs non-triviaux de l'entier n .
3. Écrire une fonction `sommeCarresDNT`, d'argument n , renvoyant la somme des carrés des diviseurs non-triviaux de l'entier n .
4. Écrire la suite des instructions permettant d'afficher tous les nombres entiers inférieurs à 1000 et égaux à la somme des carrés de leurs diviseurs non-triviaux. Que peut-on conjecturer ?