Lycée Thiers	Informatique MPSI-PCSI

TD 4 - Feuille d'Exercices 3 :

Boucles for et while

Exercice 1. Soit la suite $(u_n)_n$ définie par :

$$u_0 = 0 \quad \forall\, n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = u_n^2 + 1$$

Ecrire une fonction `u(n)` prenant en paramètre un entier positif n et qui retourne la valeur numérique du terme u_n de rang n de la suite $(u_n)_n$.

Exercice 2. Écrire une fonction `somme(n,k)` prenant en paramètres deux entiers positifs `n` et `k` et qui retourne la valeur de la somme :

$$\sum_{a=1}^{n} a^k$$

Pour $k = 1, 2, 3$ comparer le résultat obtenu pour certaines valeurs de n que l'on choisira avec ce qu'on obtient par les formules connues :

$$\sum_{a=1}^{n} a = \frac{n(n+1)}{2} \quad ; \quad \sum_{a=1}^{n} a^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \quad ; \quad \sum_{a=1}^{n} a^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

Exercice 3. On admet (le démontrer ?) que :

$$\lim_{n\mapsto\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} = +\infty$$

Déterminer le plus petit entier n tel que $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} \geqslant 10$.

Exercice 4. Ecrire une fonction `sommeDouble(n)` qui retourne la valeur numérique du résultat de la somme double :

$$\sum_{k=0}^{n} \sum_{i=0}^{k} (i+k)$$

Comparer pour certaines valeurs de n avec le résultat obtenu par le calcul.

Exercice 5.

(1) Ecrire une <u>fonction</u> `syracuse(u,n)` qui prend en paramètre deux entiers positifs `u` et `n` et qui <u>retourne la liste</u> des $n+1$ premiers termes $u_0, u_1, \ldots, u_n$ de la suite $(u_n)_n$ de premier terme $u_0 =$`u` et définie par la relation de récurrence :

$$u_0 = u \qquad \forall\, n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = \begin{cases} \dfrac{u_n}{2} & \text{si } u_n \text{ est pair} \\ 3u_n + 1 & \text{si } u_n \text{ est impair} \end{cases}$$

(2) Vérifier sur quelques essais la conjecture de Syracuse : "Quel que soit son premier terme $u_0 \in \mathbb{N}^*$, la suite de Syracuse est périodique à partir d'un certain rang".

Exercice 6.

(1) Soit `a` une variable de type entier ; quelle expression renvoie son chiffre des unités ? Comment obtenir son chiffre des dizaines ? des centaines ?

(2) Écrire une fonction `sommeCube(n)` qui prend en paramètre un entier positif `n` et qui renvoie la somme des cubes de ses chiffres.

(3) Écrire un script qui permettra d'obtenir tous les entiers entre 1 et 10 000 qui sont égaux à la somme des cubes de leurs chiffres. Par exemple :

$$153 \ : \ 1^3 + 5^3 + 3^3 = 1 + 125 + 27 = 153$$