Langage et raisonnements mathématiques (6 crédits) :

1. Notions de base en logique et raisonnement
   - Négation d'une proposition
   - Connecteurs logiques et, ou, quantificateurs
   - Implication, équivalence, contraposée
   - Faire la traduction formelle d'énoncés élémentaires en langage naturel
   - Traduire formellement des propriétés classiques sur les fonctions.
   - Différents types de raisonnement et de démonstrations mathématiques.
     - Raisonnement par contraposition
     - Démonstration par récurrence
     - Raisonnement par l'absurde
2. Vocabulaire de la théorie des ensembles
   - Inclusion
   - Egalité de deux ensembles, double inclusion
   - Intersection, réunion
   - Complémentaire, lois de Morgan
   - Ensemble des parties d'un ensemble
   - Produit cartésien
3. Fonctions, applications,
   - Domaine de définition
   - Composition des applications
   - Image directe
   - Image réciproque
   - Injection, surjection, bijection.
   - Application réciproque
4. Relations d'ordre
   - Majorants, minorants
   - Plus grand élément, plus petit élément
   - Borne supérieure, borne inférieure
   - Fonctions et relation d'ordre : fonctions croissantes, décroissantes, fonctions majorées, minorées
   - Exemples de relations d'ordre, relation de divisibilité dans $\mathbb{N}$, pgcd, ppcm
   - Suites et relation d'ordre : suites croissantes, décroissantes, suites majorées, minorées
5. Relations d'équivalence
   - Définition d'une relation d'équivalence
   - Classes d'équivalence
   - Ensemble quotient
   - Exemples élémentaires de relations d'équivalence.
   - Exemple de $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$: rappels sur la division euclidienne des entiers, Bezout, définition de $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ et opérations sur $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$

Outils mathématiques élémentaires (6 crédits) :

1. Calcul vectoriel dans $\mathbb{R}^2$ et $\mathbb{R}^3$ et géométrie dans le plan et dans l'espace
   — Définition d'un vecteur à partir de deux points
   — Opérations sur les vecteurs (somme, multiplication par un scalaire)
   — Changement de repère (en exercice)
   — Produit scalaire, norme d'un vecteur, projection d'un vecteur
   — Produit vectoriel, définition et propriétés
   — Équations de droites et de plans : équations cartsiennes et représentations paramétriques

   Les notions de distance (distance d'un point à une droite, à un plan,...), de transformations du plan ou de l'espace et les calculs d'aires ne sont pas au programme.

2. Fonctions usuelles
   — Dérivée d'une fonction en un point, interprétation géométrique, vitesse instantanée (notion de limite du taux d'accroissement), fonction dérivée, dérivée d'une fonction composée, calcul de dérivées partielles (notations en cours, le reste en exercices pour les manipuler et travailler les dérivées de fonctions composées)
   — Etude des fonctions logarithme néprien, exponentielle, trigonométriques et trigonométriques réciproques (arcsinus, arccosinus, arctangente) : domaine de définition, parité, priodicité, dérivée, monotonie, tableau de variation, représentation graphique
   — Primitives des fonctions usuelles et des fonctions composées du type $\frac{u'(t)}{u(t)}$, $u'(t)e^{u(t)}$,...

3. Nombres complexes
   — Écriture algébrique, écriture trigonométrique, écriture exponentielle
   — Résolution des équations du second degré à coefficients réels

4. Équations différentielles
   — Équations différentielles linéaires du premier ordre à coefficients constants :
   Résolution de $y'(t) + ay(t) = 0$ sur un intervalle de $\mathbb{R}$
   Résolution de $y'(t) + ay(t) = b(t)$ par la méthode de variation de la constante
   — Équations différentielles linéaires du second ordre à coefficients constants

Algèbre linéaire (6 crédits) :

1. Exemples de Résolution de systèmes linéaires
   - Méthode du pivot de Gauss
   - Introduction des déterminants d'ordres 2 et 3 et formules de Cramer
2. Espaces vectoriels
   - Définition d'un espace vectoriel
   - Sous-espace vectoriel
   - Familles libres, familles génératrices, sous-espace vectoriel engendré, rang dune famille de vecteurs, espace vectoriel de dimension finie
   - Bases, dimension d'un espace vectoriel
   - Sous-espaces vectoriels en somme directe
   - Décomposition en somme directe de deux sous-espaces, sous-espaces supplémentaires
3. Applications linéaires
   - Définition d'une application linéaire
   - Noyau, image, rang
   - Application linéaire injective, surjective, bijective, endomorphisme, isomorphisme, automorphisme
   - Matrice d'une application linéaire par rapport à deux bases
   - Matrices de $f + g$, λf et $f \circ g$.
   - Rang d'une matrice et définitions équivalentes, matrice inversible, calcul de l'inverse d'une matrice avec le pivot de Gauss
   - Changement de base, matrice de passage, formule de changement de base pour les coordonnées d'un vecteur, matrices équivalentes, matrices semblables
   - Matrices symétriques, transposée d'une matrice

Analyse 1 en option (6 crédits)

1. Suites réelles (complexes, ventuellement en TD) : définition de la convergence ; propriétés des suites convergentes (sommes, produits, quotients, ingalités,...) ; critères de convergence (suites croissantes majorées, suites adjacentes) ; convergence au sens de Cesàro (ventuellement en TD) ; suites extraites (suite des indices pairs et suite des indices impairs) ; théorème de Bolzano-Weierstrass. définition des suites de Cauchy et "toute suite de Cauchy dans $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$ est convergente".
2. Fonctions continues : définition des limites (finie en un point, infinie en un point, finie en l'infini, infinie en l'infini) d'une fonction ; définition de la continuité (et caractérisation séquentielle) ; théorème des valeurs intermédiaires ; fonctions continues sur un segment ; opérations sur les fonctions continues (somme, produit, quotient, composition, bijection réciproque) ; image d'un segment par une fonction continue ; prolongement par continuité ; fonctions convexes.
3. Suites récurrentes : $u_{n+1} = f(u_n)$ dans $\mathbb{R}$: pour faire le lien entre les deux gros chapitres sur les suites et sur les fonctions vus auparavant.
4. Introduction à la dérivabilité : définition de la dérivabilité ; opérations sur les fonctions dérivables (somme, produit, quotient, composées, fonctions réciproques) ; interprétation géométrique.

PPPE 1 (3 crédits)

Découvrir les parcours de formation et les domaines professionnels concernés accessibles à l'issue du portail et de la licence. Engager un travail de réflexion personnelle à partir de sa propre mise en projet.

— Réguler le e-portfolio (progression de l'étudiant / son parcours de formation et son projet professionnel)
— Découvrir les orientations post licence et professionnelles possibles (carte des métiers en sous groupes)
— Initier et développer d'un réseau de professionnel et Participer à des conférences métiers
— Elaborer son projet personnel et étudiant (PPPE)
— Exploiter les entretiens menés auprès de professionnels rencontrés
— Acquérir les outils de communication orale et écrite

Algèbre 1 (9 crédits)

1. Rappel sur les espaces vectoriels : Définition, bases, coordonnées par rapport à une base, changement de bases, applications linéaires, matrices. Opérations sur les matrices. Systèmes linéaires et pivot de Gauss. Le cas particulier des systèmes homogènes.
2. Dimension : théorème de la base incomplète, théorème de la base extraite, cardinal d'une base.
3. Somme de sous-espaces, espaces en somme directe, décomposition en somme directe, supplémentaire. Famille finie de sous-espaces en somme directe.
4. Application linéaires, rang, noyau, image, le théorème du rang. Isomorphismes. L'isomorphisme $L(E, F) \simeq M_{n,m}(\mathbb{K})$ associé à une paire de bases. Le sous-ensemble $\mathrm{GL}(E) \subset L(E, E)$. Noyau d'une application linéaire et systèmes linéaires homogènes. La matrice d'une composition de deux applications linéaires.
5. Le groupe $\mathfrak{S}_n$. Décomposition d'une permutation en produit de cycles disjoints. Signature.
6. Déterminants. Définition (en utilisant les permutations). Règles de calcul. La multiplicativité du déterminant. Le rang d'une matrice comme ordre maximal d'un mineur nonnul. Interprétation géométrique de la valeur absolue du déterminant. Matrices inversibles et le calcul de l'inverse. Le sous-ensemble $\mathrm{GL}(n, \mathbb{K}) \subset M_{n,n}(\mathbb{K})$. Matrices semblables.
7. Endomorphismes. Définition. Le déterminant et la trace d'un endomorphisme.
8. Polynômes. Division euclidienne dans $\mathbb{K}[X]$. Divisibilité par $X - a$. La multiplicité d'une racine. Théorème de d'Alembert (énoncé). Tout polynôme à coefficients complexes de degré strictement positif est scindé dans $\mathbb{C}$. La notion de polynôme à coefficients réels scindé dans $\mathbb{R}$.
9. Valeurs et vecteurs propres. Sous-espaces propres. Les sous-espaces propres sont en somme directe. Polynôme caractéristique. Multiplicité algébrique et multiplicité géométrique d'une valeur propre. Critères de diagonalisabilité et méthode de diagonalisation.
10. Trigonalisation (le cas réel et le cas complexe). Théorème de Cayley-Hamilton.

Analyse 2 (9 crédits)

1. Étude locale de fonctions et comparaison des suites : théorèmes sur les fonctions dérivables (Rolle, accroissements finis) ; fonctions de classe C^k ; formules de Taylor (Taylor-Young, Taylor-Lagrange, avec reste intégral) ; développements limités, équivalents (avec interprétation géométrique) ; notations o, O, $\sim$; comparaison des suites (o, O, $\sim$).
2. Intégration : Intégrales de fonctions réelles (ou complexes) sur un segment : continues et continues par morceaux (continuité uniforme, théorème de Heine) ; sommes de Riemann ; calcul numrique : méthode des rectangles (avec calcul d'erreur... et dessins !) ; théorème fondamental du calcul intégral ; primitives ; calcul de primitives de fonctions continues (changement de variables, intégration par parties, exemples de calcul, application des formules de Taylor : méthodes numériques pour le calcul intégral (trapèzes, Simpson : avec calcul d'erreurs... et dessins !) ; intégrales généralisées, intégrales généralisées de fonctions positives ; comparaison ; équivalents ; intégration par parties pour montrer la convergence.

Géométrie 1 (6 crédits)

1. Nombres complexes.
   (a) Rappels sur les complexes : notation algébrique, opérations, conjugué et module, calcul de l'inverse, calcul des racines carrées.
   (b) Formules d'Euler, exponentielle imaginaire, argument et notation exponentielle, calcul du produit et de l'inverse (en notation exponentielle), le groupe des racines n-ièmes de l'unité, racines n-ièmes d'un nombre complexe quelconque, somme des racines n-ièmes de l'unité ;
   (c) Liens avec le calcul vectoriel, interprétation géométrique de $\mathbb{C}$ et affixe d'un point (du plan).
   (d) Utilisation de $\mathbb{C}$ en géométrie plane : problèmes d'angles et de distances, transformations du plan (translations, rotations, symétries, homothéties).
2. Géométrie analytique dans $\mathbb{R}^2$, $\mathbb{R}^3$.
   (a) Opérations sur les vecteurs : produit scalaire, orthogonalité et norme, inégalité de Cauchy-Schwarz et inégalité triangulaire (le cas n-dimensionnel est facultatif). Mesure d'un angle, orientation canonique, produit vectoriel.
   (b) Bases et repères (quelconques, orthonormés, directs) ; vecteur directeur d'une droite et base d'un plan (de l'espace) ;
   (c) La géométrie du triangle, relations métriques dans un triangle, théorèmes sur les droites remarquables (médianes, hauteurs bissectrices, médiatrices) d'un triangle.
   (d) Système d'équations paramétriques (pour une droite ou un plan) ; vecteur normal à un droite (dans $\mathbb{R}^2$) ou à un plan (de $\mathbb{R}^3$) ; équation cartésienne d'une droite (du plan) ou d'un plan (de l'espace) et système d'ééquations cartésiennes (pour une droite de l'espace).
   (e) Positions relatives des plans, des droites et des plans, distance entre un point et une droite, distance entre un point et un plan, distance entre deux droites, angle entre deux plans (angle dièdre), le cercle $C_r(x)$, la sphère $S_r(x)$, problèmes d'intersection. Problèmes de lieu géométrique traités analytiquement (exemples).
3. La classification des isométries des espaces métriques $\mathbb{R}^2$, $\mathbb{R}^3$ (munis des distances euclidiennes standard). Matrice orthogonale. Les sous-ensembles $\mathrm{O}(2) \subset \mathrm{GL}(2)$ et $\mathrm{O}(3) \subset \mathrm{GL}(2)$. La bijection naturelle $\mathrm{SO}(2) \simeq \mathrm{U} \subset \mathbb{C}^*$. Formes canoniques d'une matrice $A \in \mathrm{O}(3)$ dans une base orthonormée, interprétation géométrique. Toute isométrie est une application affine de partie homogène orthogonale. Déplacements et anti-déplacements. Classification. Points fixes, sous-espaces invariants des isométries en dimension 2 et 3.

Programmation 2 (3 crédits)

Les étudiants ont déjà suivi un cours d'initiation à la programmation en Java en L1. Python est un langage objet mais qui n'oblige pas à écrire des classes dès le début. L'objectif de ce cours est donc de consolider les bases de l'écriture d'un programme (instructions de base, fonctions, notion de type,...) avant de passer à un apprentissage plus élaboré.

1. Rappels :
   - Principes élémentaires de programmation : affectation, conditionnelle, itération et types de bases.
   - Fonctions (variables locales, globales). Conventions de nommage et doctstring.
   - Types
2. Programmation en Python.
   - Apprentissage d'un IDE (environnement de développement en python) Pycharm ou autre (notion de projet, fenître console, documentation,...)
   - Structures de données Python : chaines, listes, tuples, dictionnaires
   - Variables loacales, globales, paramètres
   - Notion de récursivité (exemple simple)
   - Complexité pratique, correction de programmes (invariants de boucles)
3. Algorithmique : Programmation d'algorithmes orientés mathématiques
   - évaluation de suites ou séries
   - calculs de zéros d'une fonction (méthode de Cauchy, Newton)
   - calculs modulaires et applications (par exemple chiffrement RSA)
   - calculs sur les polynômes.
   - Pivot de Gauss

Algèbre 2 (6 crédits)

1. Rappel sur $\mathbb{Z}$, division euclidienne. Nombres premiers. Décomposition en facteurs premiers. Plus grand commun diviseur (PGCD) et plus petit commun multiple (PPCM). Théorème de Bachet-Bézout. Congruence modulo n, $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$. Opérations sur $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$. Eéquations diophantiennes $ax + by = c$. Lemme chinois.

2. Groupes. Exemples : $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$, $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})^\times$, groupes de matrices, groupes de symétrie, groupes diédraux. $\mathfrak{S}(M)$, $\mathfrak{S}_n$, décomposition d'une permutation en cycles disjoints, signature. Homomorphismes, monomorphismes, épimorphismes, isomorphismes, automorphismes intérieurs. Ordre d'un élément, sous-groupe monogène. Groupe cyclique. Sous-groupe, sous-groupe distingué. Noyau et image. Centre d'un groupe. Classes à gauche et à droite suivant H. Groupe quotient. Théorèmes d'isomorphismes. Théorème de Lagrange. Applications : ordre d'un élément du groupe, le petit théorème de Fermat, l'indicatrice et le théorème d'Euler.

3. Anneaux.

   Définition (les anneaux sont supposés unitaires par définition). Exemples : $\mathbb{Z}$, $\mathbb{K}[X]$, $M_{n,n}(\mathbb{K})$, $\mathrm{End}(V)$, etc. Formule du binôme pour des éléments commutables. Idéaux d'un anneau commutatif. Classes remarquables d'idéaux (premiers, maximaux, principaux). Morphismes d'anneaux. Anneaux commutatifs intègres. Anneaux quotients. Anneaux principaux, anneaux euclidiens, anneaux factoriels.

   L'anneau $K[X]$. Division euclidienne dans $K[X]$. Idéaux de $K[X]$. PGCD et PPCM dans $K[X]$. Théorème de Bézout. Algorithme d'Euclide. Polynômes irréductibles. Décomposition en produit de facteurs irréductibles. Racines, ordre de multiplicité, polynômes scindés. Correspondance entre polynômes et fonctions polynômes. Cas ou $K = \mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$, p étant un nombre premier. Relations entre coefficients et racines d'un polynôme scindé. Théorème de d'Alembert-Gauss (énoncé), polynômes irréductibles sur $\mathbb{R}$ et $\mathbb{C}$.

Analyse 3 (6 crédits)

1. Séries numériques : Séries numériques réelles et complexes (convergence, convergence absolue) ; séries à termes positifs (règles de d'Alembert, Cauchy, comparaison, équivalents) ; séries de Riemann ; séries alternées, règle d'Abel ; somme, produit de Cauchy ; lien séries/intégrales (intégration par parties / Abel). Les résultats de comparaison des restes ou sommes partielles (séries ou intégrales) de suites (ou fonctions) équivalentes ne sont pas exigibles.
2. Suites et séries de fonctions : Convergence simple, convergence uniforme ; théorèmes de continuité, dérivabilité, intégration ; densité des polynômes dans l'ensemble des fonctions continues pour la convergence uniforme ; convergence normale pour les séries de fonctions.
3. Introduction aux séries entières : rayon de convergence, propriétés de la somme à l'intrieur du disque de convergence (dérivée, primitive), somme et produit de séries entières ; développement en série entière des fonctions usuelles (exp, sin, cos, sh , ch , $-\ln(1-x)$, $\frac{1}{1-x}$).

Probabilités et statistiques 1 (6 crédits)

1. Probabilités :
   — Espace probabilisé, dénombrement, indépendance et théorème de Bayes pour des évènements 4h
   — Variables aléatoires (discrètes puis continues), espérance - variance - fonction de répartition - fonction génératrice 6h
   — Couples de variables, indépendance et théorème de Bayes pour des variables, covariance et corrélation 2h
   — Lois limites et convergence en probabilité, ingalités usuelles, Loi des Grands Nombres faible (avec démonstration), convergence de la Binomiale vers la Poisson, énoncé du théorème Central Limite (sans démonstration) 4h

2. Statistique :
   — Statistique descriptive 1h
   — Estimation par la méthode des moments et du maximum de vraisemblance 3h
   — Qualité des estimateurs : consistance - biais - variance - risque quadratique 2h
   — Intervalles de confiances dans le cas gaussien + cas Binomial 2h

Topologie et calcul différentiel 1 (6 crédits)

1. Topologie de $\mathbb{R}^n$: Normes (équivalence des normes en dimension finie : preuve plus tard), ouverts, fermés (caractérisation séquentielle), adéhrence, intérieur, compacts (=fermés+bornés, théorème de Bolzano-Weierstrass), complétude.
2. Fonctions définies sur un ouvert de $\mathbb{R}^n$: Fonctions de la variable x dans A ensemble non vide de $\mathbb{R}^n$; limite en a appartenant à l'adhérence de A, continuité (avec caractérisation séquentielle), opérations sur les fonctions continues (somme, produit, inverse, multiplication par un scalaire, composition) ; images réciproques d'ouverts et fermés par des applications continues ; continuité sur un compact (continuité uniforme, preuve de l'équivalence des normes en dimension finie).
3. Différentiabilité : dérivées partielles, différentiabilité (Taylor d'ordre 1), gradient, matrice jacobienne, plan tangent (interprétation géométrique) fonctions de classe C^1, opérations sur les fonctions différentiables, dérivée directionnelle, théorème et ingalité des accroissements finis sur un convexe ; fonctions convexes ; différentielles d'ordre suprieur (Hessienne) ; théorème de Schwarz ; formules de Taylor (Taylor-Young à tout ordre et Taylor avec reste intégral à l'ordre 2) ; points critiques, extrema locaux, points selle.

Option PPPE 2 (3 crédits)

Découvrir les milieux et les enjeux des organisations professionnelles par la mise en oeuvre d'une démarche active et entreprenante afin de favoriser les choix d'orientations à l'issue de la L2 et post-licence.

— Réguler le e-portfolio (progression de l'étudiant / son parcours de formation et son projet professionnel)
— Développer l'esprit d'entreprendre en groupes dans leurs champs disciplinaires : atelier de créativité en lien avec l'innovation en entreprise, la recherche de solutions, la vente et la diffusion de produits ou de services innovants...
— Réguler son projet personnel et étudiant (PPPE)
— Comprendre les enjeux, les problématiques et l'organisation des structures professionnelles
— Assister à des conférences d'experts en entreprise et Créateurs d'entreprises
— Se positionner sur les réseaux sociaux professionnels
— Découvrir les licences pro

Algèbre 3 (6 crédits)

1. Rappel sur les endomorphismes : Espaces propres et valeurs propres, polynôme caractéristique, diagonalisation, trigonalisation. Polynôme d'un endomorphisme. Théorème de Cayley-Hamilton.
2. Le lemme des noyaux. Espaces caractéristiques. Endomorphismes nilpotents. Polynôme minimal. Critère de diagonalisabilité en termes du polynôme minimal. L'exponentielle d'une matrice.
3. Formes linéaires. Espace dual. Base duale. La dimension d'un sous-espace annulateur.
4. Formes bilinéaires, formes bilinéaires symétriques, formes bilinéaires alternées. L'existence d'une base φ-orthogonale. Formes bilinéaire alternées. Formes quadratiques, l'identité de polarisation et forme polaire, rang, noyau et cône isotrope. Réduction de Gauss. Théorème de Sylvester. Signature. Critère de positivité définie avec les mineurs principaux dominants.
5. Produit scalaire. Espaces euclidiens. L'inégalité de Cauchy-Schwartz dans un espace euclidien. Norme et distance associées à un produit scalaire. La mesure d'un angle dans un espace euclidien. Familles et bases orthogonales et orthonormées. Coordonnnées par rapport à une base orthonormée. Somme directe orthogonale. Projection orthogonale. La formule de la projection. Symétrie par rapport à un sous-espace. L'algorithme de Gram-Schmidt (La décomposition QR des matrices). Application adjointe. Isomorphisme orthogonal entre espaces euclidiens. La classification des espaces euclidiens.
6. Classes remarquables d'endomorphismes d'un espace euclidien : endomorphismes symétriques, anti-symétriques, orthogonaux, spécial-orthogonaux. Diagonalisation dans une base orthonormée d'un endomorphisme symétrique, forme canonique des endomorphismes orthogonaux dans une base orthonormée. Le théorème de Cartan sur la décomposition des isométries linéaires en produit de réflexions.
7. Espaces hermitiens. L'inégalité de Cauchy-Schwartz dans un espace hermitien. Somme directe orthogonale dans un espace hermitien. Base orthogonale, base orthonormée. Existence d'une base orthonormée. Application adjointe. Isomorphisme unitaire. Classes remarquables d'endomorphismes d'un espace hermitien : endomorphismes normaux, hermitiens, anti-hermitiens, unitaires, spécial-unitaires. Théorèmes de diagonalisation dans une base orthonormée.

Modélisation (3 crédits)

C'est une UE avec apprentissage par problèmes donc ce qui serait indiqué comme programme est en réalite l'objectif de l'UE.

Dans cette UE on part d'un ou plusieurs problèmes issus du monde réel et on développe une méthodologie mathématique pour le/les étudier. On donne au départ une proposition de modèle mathématique aux étudiants. L'enjeu est d'étudier les propriétés théoriques et numériques du modèle, d'en analyser les résultats et d'évaluer son adéquation avec le problème initial.

Par exemple les problèmes peuvent appartenir aux domaines d'application suivants : dynamique des populations, compression, restauration de signaux (images, musique, données médicales...), classification (algorithme de PageRank, perceptron, analyse factorielle discriminante...), systèmes chimiques, cryptographie, écologie, théorie des jeux, réseaux (information, codage,...), économtrie (prévision,...), sondages, métrologie

Équations différentielles (6 crédits)

Dans le cours, on fournira des exemples de modélisation de problèmes conduisant à des équations différentielles (biologie, physique, mécanique, chimie, transport,...) : sous forme d'un chapitre indépendant ou disséminés dans les chapitres suivants.
Si nécessaire, le théorème du point fixe est admis (vu en Topo/Calcul diff 2, au S6).

1. Équations différentielles linéaires : équations scalaires (rappel : 1er et 2ème ordre à coefficients constants, avec second membre), équations vectorielles autonomes et non autonomes, formule de Duhamel ; approximation d'équations différentielles (schémas d'Euler explicite, implicite) ; stabilité.
2. Théorème de Cauchy-Lipschitz : version locale à énoncer (démonstration dans le cas d'une fonction localement Lipschitz ou globalement Lipschitz : laissé à la discrétion de l'équipe pédagogique), lemme de Gronwall ; méthodes de Résolution analytique (changement de fonction et/ou variable, solutions sous forme de séries entières,...) ; solutions maximales, principe de majoration a priori, théorème de prolongement, théorème d'explosion ; exemples de stabilité de systèmes non linéaires (théorème de Hartman-Grossman).
3. méthodes numériques : Mise en oeuvre des méthodes numériques pour les EDO en TP.

Option Probabilités et statistiques 2 (6 crédits)

1. Probabilités :
   — Vecteurs gaussiens, matrice de variance-covariance, théorème de Cochran 4h
   — Rappel inégalités, Borel Cantelli 2h
   — Convergence presque sûre 2h
   — LGN forte (version moment d'ordre 4) 1h
   — Fonctions caractéristiques, théorème de Levy 2h
   — TCL (avec démonstration) 2h
2. Statistique :
   — théorie des tests, erreurs, puissance, pvaleur 4h
   — Tests d'hypothèses simples - lemme de Neyman et Pearson - test de Student 5h
   — Test du Chi2 d'adéquation et indépendance 2h

Option Analyse complexe (6 crédits)

1. Fonctions analytiques : Séries entières du point de vue de la variable complexe : fonctions analytiques, fonctions entières, fonctions développables en série entière au voisinage de tout point (unicité du développement, séries de Taylor), dérivabilité dans $\mathbb{C}$.
2. Séries de Fourier : Fonctions périodiques, coefficients de Fourier, séries trigonométriques ; théorèmes de Fejer et Dirichlet ; lien coefficients/régularité de la fonction ; inégalité de Bessel, théorème de Parseval.

Programmation 3 (3 crédits)

Objectif : passer à la programmation d'appplication de taille moyenne en utilisant les objets et les classes et des structures de données complexes. Ce cours devrait méler une partie classique de cours à un projet de taille moyenne permettant d'illustrer les concepts et algorithmes vus.

1. Programmation Python :
   — Objets, classes méthodes
   — Héritage
   — Gestion de projet et du développement via l'IDE : tests unitaires, refactoring, documentation.
2. Algorithmique : structures de données et algorithmiques de ces structures de données : Arbres et Graphes. Parcours d'arbres, de graphes, plus court chemin ou flots (Dijkstra/ Bellman Ford) dans un graphe.
3. Projet de mise en application : ce projet constitue la moitié de l'horaire et devrait correspondre à une problématique en lien avec les mathématiques. Exemple de thématiques : modèles d'évolution de population (basé sur du calcul matriciel), modélisation de systèmes probabilistes, Résolution d'équations différentielles, utilisation de la transformée de Fourier dans l'ananlyse d'image ou du son,...

Option Maths en jeans (3 crédits)

Initiation à la méthodologie de recherche scientifique par un travail sur des problèmes de mathématiques ouverts, en liaison avec d'autres disciplines.

Les étudiants, rassemblés en groupes de travail, font l'apprentissage du mode de fonctionnement collégial d'une communauté scientifique, dans la construction de nouveaux savoirs mathématiques. Expérimentation, mise en place d'un vocabulaire adapté, réécriture d'une problématique, conjectures, contre-exemples, preuves et démonstrations, confrontation d'idées, recherche personnelle et collective. La simulation doit être assez réaliste pour leur permettre d'entrevoir la réalité du métier de chercheur et quel que soit leur choix d'orientation futur, d'en tirer une méthodologie de travail scientifique efficace et performante, aussi bien dans l'utilisation de savoirs existants que dans leur création, pour faire face à des problématiques nouvelles. Les sujets de recherche (théorique, de modélisation ou venant de l'industrie et des techniques) sont choisis avec soin (ouverts, variés, abordables) et balayent un grand nombre de domaines en lien avec les autres sciences (informatique, biologie, physique, chimie, etc.) Pour illustrer et expliciter la démarche, une partie des cours, présentée sous forme de débat scientifique, expérimente le cheminement intellectuel de l'heuristique de la découverte sur des problèmes concrets. En parallèle, quelques compléments méthodologiques, épistémologiques et/ou historiques, offrent un éclairage transversal des problématiques mises ici en jeu. Un rapport de travail personnel, un cahier commun de recherche et une présentation des travaux sous forme d'un exposé oral exploitant les outils multimédia, complètent la simulation du travail d'un chercheur.

Maths en anglais 1 (3 crédits)

1. Révisions en anglais des cours précédents en algèbre et géométrie (en suivant des ouvrages en anglais).
2. TD avec des planches d'exercices en anglais. Rédaction des démonstrations et des solutions des exercices en anglais.
3. Examen final en anglais.

Topologie et calcul différentiel 2 (6 crédits)

1. Topologie : espaces vectoriels normés : ouverts, fermés, compacts, boules, normes équivalentes, distance associée à une norme (Hölder, Minkowski) ; applications linéaires continues, norme d'une application linéaire continue, cas de la dimension finie ; espaces vectoriels normés complets : théorème du point fixe, caractérisation avec les séries.
2. Différentiabilité en dimension finie : Notion de différentielle comme application linéaire, C^k-difféomorphisme ; théorème d'inversion locale et théorème des fonctions implicites (dans l'ordre que vous préférez !) ; extrema liés (multiplicateurs de Lagrange), interprétation géométrique.

Géométrie 2 (6 crédits)

1. Géométrie affine. Espaces affines, repères affines, barycentres, coordonnées barycentriques, sous-espaces affines, transformations affines. Groupe affine, notion de propriété affine.
2. Convexité, enveloppe convexe dans un espace affine réel.
3. Espaces affines euclidiens. Isomtries d'un espace affine euclidien. Théorèmes de classification. Groupe des isomtries d'un espace affine euclidien. Déplacements, antidéplacements. Groupe des isométries laissant stable une partie du plan ou de l'espace.
4. Coniques et quadriques. Théorèmes de classification. Formes canoniques et réduction.
5. Géométrie projective.

Option Analyse numérique (6 crédits)

Systèmes linéaires. rappels sur les méthodes directes, conditionnement, exemples de méthodes itératives.
Systèmes non linéaires. Méthodes de point fixe, méthode de Newton en dimension 1, en dimension n.
Méthodes de quasi-Newton
Optimisation sans contrainte : théorèmes d'existence et d'unicité.
Méthode de descente, algorithme du gradient conjugué.
Si le temps le permet : Optimisation avec contraintes, théorèmes d'existence et d'unicité, méthodes de gradient avec projection, méthodes de dualité.

Option Algèbre 4 (6 crédits)

1. Rappels sur la théorie des groupes.
2. La classification des groupes abéliens de type fini.
3. Suite de la théorie des groupes. Action d'un groupe sur un ensemble, orbite, sous-groupe stabilisateur. Actions effectives, libres, transitives. Exemples.
4. Groupes de Sylow.
5. La théorie des corps. Sous-corps. Corps premier. Caractéristique d'un corps. Corps des fractions d'un anneau intègre. Éléments algébriques, transcendants sur un sous-corps. Dénombrabilité du corps des nombres algébriques sur $\mathbb{Q}$. Corps $K(X)$ des fractions rationnelles. Forme irréductible.
6. Représentation de groupes finis. Définition. Représentations irréductibles. Lemme de Schur.

Option Histoire des mathématiques (6 crédits)

L'objet de ce cours est de donner des éléments de compréhension de la construction et du processus d'élaboration des mathématiques au cours de l'Histoire, de l'Antiquité jusqu'au Milieu du XXème siècle, au travers l'histoire plus spécifique de la géométrie, de l'arithmétique, de l'algèbre et de l'analyse. Le but est de conduire les étudiants à s'interroger sur la nature et la valeur des principes, des concepts, des méthodes et des résultats des mathématiques. Il ne s'agit pas ici d'être exhaustif ni même de chercher l'érudition mais, au travers entre autre de la lecture de quelques textes anciens, de leur permettre d'acquérir un peu de recul sur les conditions d'établissement de cette discipline, sur l'articulation entre les différentes branches qui la composent ainsi que sur sa place dans les sciences et dans la société d'hier et d'aujourd'hui.

Voici quelques objectifs du cours :

- permettre, par une approche historique et épistémologique, de mieux appréhender leur discipline, en leur donnant une certaine hauteur de vue sur quelques notions mathématiques élémentaires (constructions géométriques, nombres, continu/discret, axiomes, infini, calcul intégral et infinitésimal, ensembles, etc...).
- à un niveau plus fondamental, de les amener à mieux saisir les liens entre sens, intuition, syntaxe et formalisation, à l'oeuvre dans certaines constructions vues par ailleurs dans le cursus de la licence.
- comprendre au fil de l'histoire le rôle des mathématiques, leurs méthodes, leurs applications dans les sciences et les techniques et plus généralement leurs interactions avec les autres champs du savoir et au sein de la société.

Bases de données (3 crédits)

Objectif : comprendre les principes et le fonctionnement d'une base de données, savoir comment l'utiliser et avoir des bases de conception.

1. Introduction au modèle relationnel.
2. Algèbre relationnelle.
3. Langage SQL : langage de définition de données (commandes SQL pour créer les schémas, les tables, les vues, les modifier, les supprimer, etc... et pour insérer, modifier, supprimer des données) et langage de manipulation de données (commandes de requêtes et opérateurs relationnels).

Option PPPE 3 (3 crédits)

Accompagner et faciliter le choix argumenté d'un parcours de formation post-licence de l'étudiant en vue de sa professionnalisation, par le développement de son projet personnel et professionnel.

- Réguler le e-portfolio (progression de l'étudiant / son parcours de formation et son projet professionnel)
- Découvrir les Master AMU
- Engager une démarche de recherche de formation post-licence en lien avec leurs projets de professionnalisation
- Finaliser son bilan compétences dans le cadre du e-portfolio à partir de son projet étudiant
- Mettre en lien et en cohérence son projet personnel avec les projets masters et des écoles
- Acquérir les techniques de TRE (lettre de motivation et CV adapté à une offre d'emploi, simulation d'entretiens).

Maths en anglais 2 (3 crédits)

1. Révisions en anglais des cours précédents en analyse (en suivant des ouvrages en anglais).
2. TD avec des planches d'exercices en anglais. Rédaction des démonstrations et des solutions des exercices en anglais.
3. Examen final en anglais.

Epreuve intégrative (3 crédits)

Dans cette UE organisée en dix séances de trois heures, on étudiera cinq problèmes de type CAPES, chaque séance étant composée d'une heure de rappels de cours ou de correction et de deux heures consacrées à la rédaction des problèmes par les étudiants.