

LES DERNIÈRES NOUVELLES DES NOMBRES PREMIERS

Depuis des siècles, les nombres premiers donnent du fil à retordre à ceux qui veulent bien les apprivoiser. Aujourd'hui, ils sont toujours l'objet de recherches et leur étude est aussi utile en cryptographie qu'en philosophie.

Petits rappels scolaires. Un nombre premier est un entier naturel (c'est-à-dire un nombre positif ou nul permettant de dénombrer les objets un par un) qui admet exactement deux diviseurs distincts entiers et positifs qui sont 1 et lui-même. Par exemple, 5 est un nombre premier car il n'est divisible que par 1 et par 5. 6, en revanche, est un nombre composé, il est divisible par 2, par 3 par 6 et par 1. En jouant ainsi à ce petit jeu de diviseurs distincts, on arrive à découvrir des nombres de plus en plus grands. Le dernier, découvert il y a deux ans, contient jusqu'à 13 millions de chiffres!

Ces nombres, outre le fait qu'ils sont capables de donner des mi-graines aux élèves, font le bonheur des mathématiciens depuis des siècles en leur posant des énigmes, des casse-tête, des problèmes dont ils raffolent. Par exemple, on sait depuis plus de 2300 ans que la suite des nombres premiers est infinie, cela a été démontré, mais on ne sait pas s'il existe une infinité de nombres premiers jumeaux, c'est-à-dire de couples de nombres premiers distants de 2 unités comme 11 et 13

Le dernier, découvert il y a deux ans, contient jusqu'à 13 millions de chiffres!

ou 41 et 43, et « c'est un des plus beaux problèmes des mathématiques », précisent Christian Mauduit et Joël Rivat, de l'université de la Méditerranée. Tous les deux n'en sont pas à leurs premiers nombres premiers et viennent de publier un article démontrant une autre hypothèse... celle de Gelfond.

L'année de sa mort, en 1968, le mathématicien russe Alexandre Gelfond affirma la chose suivante : « Il y a, en moyenne, autant de nombres premiers dont la somme des chiffres décimaux est paire que de nombres premiers pour lesquels elle est impaire. » Il faut entendre par somme des chiffres décimaux l'étude du nombre en base 10. Considérons le nombre premier 29. La somme des ses chiffres décimaux (le chiffre 2 et le chiffre 9) fait 11, c'est un nombre impair. Considérons maintenant le nombre premier 71. La somme de ses chiffres décimaux 7 + 1 fait 8 : c'est un nombre pair. Les deux mathématiciens du campus de Luminy

viennent donc de démontrer l'affirmation de Gelfond, dans un article très technique de plus de 50 pages! Outre le défi relevé, ce sont également les méthodes employées par les chercheurs qui intéressent la communauté scientifique. « Il peut y avoir des théorèmes mathématiques dont les méthodes mises en place pour la démonstration sont susceptibles d'avoir des applications seulement 20 ou 30 ans plus tard », ajoute Christian Mauduit. « Mais savoir si les nombres premiers ont un comportement statistique différent des autres nombres, c'est typiquement ce qui intéresse les cryptographes. Car cette question est

directement liée à la sécurité des clés utilisées », poursuit Joël Rivat. Or, pour les deux chercheurs, tout ce travail sert également à former l'esprit critique. « Le cœur des articles de mathématiques, c'est la démonstration. Sans elle, il n'y a rien. Nous devons être capables de convaincre, par des arguments irréfutables, que telle propriété est vraie », concluent-ils. En ce sens, le mathématicien apporte des arguments inattaquables pour construire un discours. On voit ainsi que de nombreux problèmes soulevés en mathématiques peuvent aussi conduire à des questions philosophiques. ★

JÉRÉMIE BAZART

LE POINT DE VUE DE...

JOËL RIVAT ET CHRISTIAN MAUDUIT,

PROFESSEURS À L'UNIVERSITÉ DE LA MÉDITERRANÉE, DANS LE LABORATOIRE CNRS DE MATHÉMATIQUES DE LUMINY.



HD. Dans la recherche en mathématiques, vous n'utilisez pas de paillasses, pas de souris,

comment travaillez-vous ?

JOËL RIVAT ET CHRISTIAN MAUDUIT.

L'intuition joue un rôle très important. Nous conceptualisons des calculs. D'un point de vue purement expérimental, nous vérifions et réfutons des hypothèses grâce à des ordinateurs qui permettent d'effectuer des calculs et de tracer des courbes afin de vérifier certaines propriétés que nous essayons ensuite de démontrer.

HD. Mais de quelle façon arrivez-vous à « accoucher » d'un article ?

J. R. ET CH. M. Le processus de création n'est pas linéaire. Il y a des avancées, des reculs, des choses à reprendre... Pour un article important comme celui-ci, c'est un grand jeu de construction. Cela amène une notion fondamentale dans notre travail, celle d'analogie avec des situations connues dans le passé et qui ont conduit à des échecs ou à des succès.

Au final, sur les 50 pages de l'article, seules quelques-unes contiennent des idées nouvelles et cruciales. Mais les autres sont indispensables car elles permettent de structurer et de faire fonctionner la preuve.

HD. Quels autres problèmes allez-vous résoudre maintenant ?

J. R. ET CH. M. Nous avons toujours des problèmes à résoudre ! Par exemple, un problème qui semble hors d'atteinte actuellement est d'étudier les nombres premiers qui ne contiennent jamais le chiffre 0.

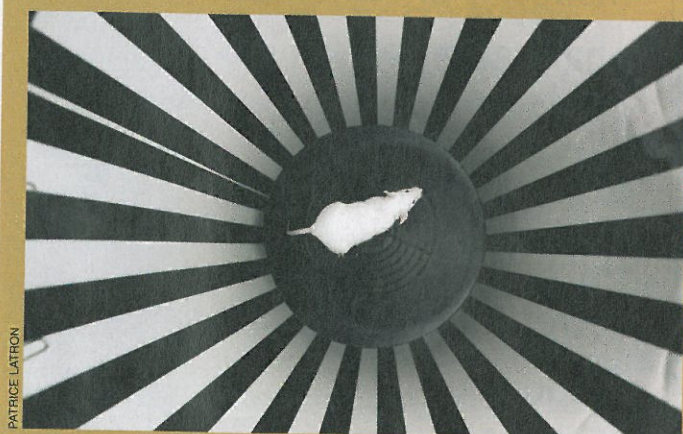
HD. Mais comment est-il possible de se poser cette question ?

J. R. ET CH. M. Il ne faut pas oublier l'aspect esthétique des mathématiques. De nombreuses questions de théorie des nombres, faciles à énoncer (par exemple, l'existence d'une infinité de nombres premiers de Fermat ou de Mersenne), possèdent cette dimension esthétique. Ce qui est étonnant avec les nombres premiers, c'est que nous faisons leur connaissance dès le collège mais très vite, quand on s'y intéresse, ils font sécher les plus grands mathématiciens et depuis plusieurs siècles !

PROPOS RECUEILLIS PAR J. B.

Quizz découverte

QUE VOYEZ-VOUS SUR CE CLICHÉ ?



- A Le nouveau drapeau d'un pays imaginaire
- B L'institut clinique de la souris
- C Une souris sur un chapiteau

Réponse B. Il s'agit d'un test qui mesure la perception visuelle chez la souris. L'institut clinique de la souris se trouve près de Strasbourg.