

Mathématiques

Année de Mise à niveau Scientifique

22 octobre 2018

1 Calcul arithmétique et symbolique

Tous les calculs, sans exception, doivent être faits sans utiliser la calculette.

1.1 Calcul arithmétique

EXERCICE 1

Effectuer de tête les calculs suivants :

$3 + 4$, $5 + 8$, $8 + 13$, $13 + 21$, $21 + 34$, $34 + 55$, $55 + 89$, $89 + 144$, $144 + 233$,
 2×3 , 4×3 , 7×9 , 11×7 , 11×11 , 11×13 , 11×22 , 12×12 , 12×24 , 24×24 ,
 3×13 , 7×13 , 13×13 , 14×14 , 15×15 , 20×20 , 21×21 , 30×30 , 40×40 , 42×42 ,
 $6/3$, $18/3$, $27/3$, $42/3$, $90/3$, $96/3$, $108/3$, $327/3$, $426/3$, $597/3$, $708/3$, $999/3$, $111111/3$

EXERCICE 2

Donner les quotients et restes des divisions suivantes :

3 par 2, 6 par 2, 7 par 3, 8 par 3, 10 par 5, 11 par 5, 12 par 5, 13 par 5, 14 par 5, 15 par 5, 16 par 5,
23 par 7, 28 par 7, 50 par 7, 36 par 12, 62 par 12, 72 par 12, 243 par 12, 52 par 13, 65 par 13, 135 par 13,
1001 par 13, 111 par 37, 123456 par 15, 123456789 par 29

EXERCICE 3 (Triangle de Pascal)

Calculer les 12 premières lignes du triangle de Pascal.

EXERCICE 4 (Le petit Gauss)

Calculer : $S = 1 + 2 + 3 + \dots + 98 + 99 + 100$.

EXERCICE 5

Donner la décomposition en facteurs premiers de :

6, 8, 12, 15, 17, 21, 51, 52, 63, 99, 111, 121, 222, 111111

EXERCICE 6

Calculer les PGCD, puis les PPCM de :

3 et 5, 3 et 6, 4 et 6, 8 et 12, 9 et 12, 10 et 12, 10 et 15,
12 et 18, 13 et 52, 14 et 21, 14 et 42, 21 et 27, 21 et 49

EXERCICE 7 (Algo d'Euclide)

Calculer les PGCD de :

155 et 244, 155 et 245, 154 et 244, 244 et 399, 243 et 399, 244 et 400

EXERCICE 8 (Bases)

1. Calculer (en base 10) les valeurs de :

$$(1)_2, (10)_2, (10000)_2, (111111)_2, (101011)_2, (1010110)_2, (10101100)_2, \\ (1)_{16}, (10)_{16}, (3F)_{16}, (AB)_{16}, (FF)_{16}, (100)_{16}, (1FF)_{16}$$

2. Convertir en base 2, puis 8, puis 16 :

1, 2, 3, 7, 8, 9, 12, 13, 15, 16, 20, 31, 65, 100, 127, 128, 129, 200, 255, 1000, 1024, 2001, 2019, 2023

3. Effectuer les opérations suivantes :

$$(100)_2 + (1)_2, (111)_2 + (1)_2, (111)_2 \times (11)_2, (111)_2 \times (101)_2, \\ (77)_8 + (1)_8, (77)_8 \times (2)_8, (111)_8 \times (7)_8, (FFFF)_{16} + (1)_{16}$$

1.2 Calcul de fractions**EXERCICE 9**

Calculer et simplifier les fractions suivantes :

$$\frac{3}{8} + \frac{3}{4}, \quad \frac{4}{9} + \frac{1}{27}, \quad \frac{4}{30} - \frac{1}{10}, \quad \frac{8}{3} - 1, \quad \frac{11}{13} + 3$$

EXERCICE 10

Calculer puis simplifier si possible :

$$\frac{-2}{3} + \frac{3}{4}, \quad \frac{-7}{25} + \frac{3}{15}, \quad \frac{1}{2} - \frac{-1}{6} + \frac{4}{9} + \frac{5}{-6}, \quad \frac{4}{7} - \left(\frac{2}{7} + \frac{1}{5} \right)$$

EXERCICE 11

Multiplier les fractions suivantes :

$$\frac{2}{3} \times \frac{5}{11}, \quad 7 \times \frac{2}{3}, \quad \frac{2}{-3} \times \frac{-7}{-5}$$

EXERCICE 12Quel est l'inverse de $\frac{1}{3}$, de $-\frac{7}{13}$, de $-\frac{6}{19}$ et de $\frac{87}{100} \times 12$?**EXERCICE 13**

Effectuer les calculs en donnant le résultat sous forme de fraction irréductible :

$$A = \frac{\frac{5}{2} + \frac{5}{3}}{\frac{5}{2} + \frac{5}{7}}, \quad B = \frac{2}{3} - \frac{5}{3} \times \left(2 - \frac{3}{5} \right), \\ C = \left(3 - 4 \times \frac{2}{3} \right) / \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{12} \right), \quad D = \left(-\frac{3}{7} \right)^2 - \frac{5}{9}, \\ E = \frac{1}{3} \Delta \frac{1}{6} \quad \text{sachant que } a \Delta b = a + b + a \times b, \quad F = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}}, \\ G = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}}}, \quad H = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}}}}, \\ I = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}}}}}$$

1.3 Puissances et racines

EXERCICE 14

1. Écrire en décimal les nombres exprimés en notation scientifique suivants :

$$1.00 \times 10^2, 1.00 \times 10^{-2}, 3.14 \times 10^2, 3.14 \times 10^{-2}, 5.48 \times 10^3, 5.48 \times 10^{-3}, 5.48 \times 10^{-10}, \\ 1.23456 \times 10^1, 1.23456 \times 10^2, 1.23456 \times 10^4, 1.23456 \times 10^{10}, 1.23456 \times 10^{-1}$$

2. Écrire en notation scientifique les nombres décimaux suivants :

$$1, 10, 11, 1000, 1000000, 12340, 1234, 12.34, 1.234, 0.1234, \\ 0.001, 0.00314, 0.0004321, 0.000001$$

EXERCICE 15

Écrire les fractions suivantes sous forme canonique (pas de racine au dénominateur, pas de carré sous une racine, pas de facteur commun entre le numérateur et le dénominateur) :

$$\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}}, \frac{\sqrt{18}}{3}, \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}}$$

EXERCICE 16

Calculer (sous forme de fractions irréductibles) les expressions suivantes :

$$\frac{2^{-3} \times 3^4 \times 5^{-2}}{2^{-2} \times 5^{-4} \times 7}, \frac{(2^{-2} \times 3^4 \times 7^{-6})^{-1}}{(2^{-1} \times 3^2 \times 7^{-2})^{-2}}, \frac{(3^2 + 4^2)^{-2}}{5^{-4}}, \frac{2^{\frac{3}{5}} \times 4^{-\frac{1}{10}} \times \sqrt[5]{8}}{3^{-\frac{2}{3}} \times 9^{\frac{4}{3}}}$$

1.4 Développer, factoriser

EXERCICE 17

Développer :

$$\begin{array}{ll} A_1 = (a+b)^2, & A_2 = (a-b)^2, \\ A_3 = (a+b)(a-b), & A_4 = (a+b)^3, \\ A_5 = (a-b)^3, & A_6 = (a+b)^4, \\ A_7 = (a+b)^5, & A_8 = (a+b)^6, \\ A_9 = (y-1)(1+y), & A_{10} = (y-1)(1+y+y^2), \\ A_{11} = (y-1)(1+y+y^2+y^3), & A_{12} = (y-1)(1+y+y^2+y^3+y^4), \\ A_{13} = (y-x)(x+y), & A_{14} = (y-x)(x^2+xy+y^2), \\ A_{15} = (y-x)(x^3+x^2y+xy^2+y^3), & A_{16} = (y-x)(x^4+x^3y+x^2y^2+xy^3+y^4) \end{array}$$

EXERCICE 18

Simplifier les expressions suivantes :

$$\begin{array}{ll} A = \frac{1-x^2}{1-x}, & B = \frac{y^2-x^2}{y-x}, \\ C = \frac{y^3-x^3}{y-x}, & D = \frac{y^5-x^5}{y-x}, \\ E = \frac{x^3-y^3}{(x-y)^2}, & F = \frac{a^2-4a+4}{a-2}, \\ G = \frac{x^3-8}{x^2-4x+4}, & H = \frac{a^3+27}{a+3}, \\ I = \frac{-x^4+6x^2-9}{(x+\sqrt{3})^2}, & J = \frac{2x^2+x-3}{(x-1)^2}, \end{array}$$

$$K = \frac{(a^5)^2(b^{-3})^{-1}c^4}{a^3b^{-2}(c^2)^{-3}},$$

$$L = \frac{(3x^2 + 2)^2 - (2x^2 + 1)^2}{(x^2 + 1)}$$

EXERCICE 19

Développer les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} A_1 &= (2x + 1)^2 - (3x - 2)(3x + 2), & A_2 &= (2x + 3)^2 - (2x + 3)(x - 7), \\ A_3 &= 3(7x - 4)^2 - (x + 2)^2, & A_4 &= (7x - 2)(3x + 1) - 2(2x + 1)^2, \\ A_5 &= 5(3x - 9)(3x + 9) - (3x + 4)^2, & A_6 &= (2x - 1)^2 - (2x + 3)(2x - 5), \\ A_7 &= (3x + 1)^2 - 2(3x - 1)^2, & A_8 &= 2(2 - 14x)^2 - (7x - 1)^2, \\ A_9 &= 2x(x - 5) - (x + 1)^2, & A_{10} &= (x + 3)^2 - (2x + 1)(2x - 1), \\ A_{11} &= 5x^2 - (x + 3)(x - 3), & A_{12} &= (3x + 2)^2 - (x - 1)^2, \\ A_{13} &= 5(x - 1)(x + 2) - (x + 3)^2, & A_{14} &= (4x - 3)^2 + 7(x - 2)(x - 5), \\ A_{15} &= -3(x - 6)^2 - 7(3x - 4)(3x + 4), \end{aligned}$$

EXERCICE 20

Factoriser les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} A_1 &= 64x^2 - 49, & A_2 &= (2x + 1)(3x + 5) + (4x + 2)(2x + 1), \\ A_3 &= 16x^2 - 40x + 25, & A_4 &= (x - 2)(x + 3) + (x - 2)(4x - 1), \\ A_5 &= x^2 + 4x + 4, & A_6 &= (5x - 3)(2x - 5) - x(5x - 3), \\ A_7 &= t^2 + 12t + 36, & A_8 &= (x + 1)(x + 3) - 5(x + 3), \\ A_9 &= y^2 - 81, & A_{10} &= (x + 4)(x - 2) + (3x + 1)(x + 4), \\ A_{11} &= 9x^2 - 24x + 16, & A_{12} &= (x - 3)(2x + 1) + (2x + 1)(3x - 2), \\ A_{13} &= x^2 + 14x + 49, & A_{14} &= (3x + 2)(7x - 1) - 10(7x - 1), \\ A_{15} &= 100t^2 - 121, & A_{16} &= (x + 2)(x + 1) - 2x(x + 1), \\ A_{17} &= 9x^2 - 6x + 1, & A_{18} &= 2(6x - 7) + (6x - 7)(x + 3), \\ A_{19} &= 49x^2 - 42x + 9, & A_{20} &= 64x^2 - 81 \end{aligned}$$

EXERCICE 21

Factoriser les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} B_1 &= (7x + 3)(3x - 2) + 3x - 2, & B_2 &= (x + 5)^2 - 25, \\ B_3 &= (6x - 1)(7x - 3) - (7x - 3)(x + 9), & B_4 &= 4(x - 5) - (x - 5)^2, \\ B_5 &= (x + 8)(x + 7) - (2x + 5)(x + 8), & B_6 &= (2x + 3)^2 - 16, \\ B_7 &= (3x + 1)^2 + (2x + 7)(3x + 1), & B_8 &= 8x - 5 - (8x + 1)(8x - 5), \\ B_9 &= 5(3x - 4) - (x - 2)(3x - 4), & B_{10} &= x^2 + 10x + 25 + (x + 5)(2x + 1), \\ B_{11} &= (x + 3)^2 - (x + 3)(2x + 1), & B_{12} &= 100 - (5x - 4)^2, \\ B_{13} &= (3x - 7)^2 - 3x + 7, & B_{14} &= (8x + 1)(x - 5) - (x - 5)(2x + 5), \\ B_{15} &= -3(x + 9) - (x + 9)(2x + 3), \end{aligned}$$

EXERCICE 22

Factoriser les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} C_1 &= 9x^2 - 16 + (3x + 4)(3x - 2), & C_2 &= (4x - 1)^2 - (x - 5)^2, \\ C_3 &= (7x - 5)(3x + 2) - 6(3x + 2)(x + 3), & C_4 &= (2x + 3)(2x - 1) + 4x^2 + 12x + 9, \\ C_5 &= (6x - 1)^2 - (7x + 2)^2, & C_6 &= 4x^2 - 9 + (2x + 3)(x - 5), \\ C_7 &= (x + 4)(-2x + 1) - 3(x + 4)^2, & C_8 &= (x + 5)^2 - (x + 5), \\ C_9 &= (2x - 3)^2 - 64x^2, & C_{10} &= 100x^2 + 100x + 25 - (10x + 5)(x + 7), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C_{11} &= (-2x + 3)^2 - (x - 9)^2, & C_{12} &= (x + 3)^2 - 25(3x + 4)^2, \\
C_{13} &= x^2 - 9 - (2x + 5)(x - 3) + 5x - 15, & C_{14} &= x^2 - 16 + (x + 4)^2, \\
C_{15} &= (2x + 7)^2 + 10x + 35, & C_{16} &= 1 - n^2 + 1 - n, \\
C_{17} &= n \times 2^{n-1} + n(n - 1) \times 2^{n-2}, & C_{18} &= (x + \sqrt{2})^2 - (3x + \sqrt{3})^2, \\
C_{19} &= (-x + \sqrt{5})^2 - (2x - \sqrt{5})^2,
\end{aligned}$$

1.5 Équations

EXERCICE 23

Simplifier et résoudre (quand vous savez faire...) les équations suivantes

$$\begin{aligned}
x - \frac{3}{4} &= \frac{2}{3}x + \frac{2}{7} \\
3x^4 - \frac{2}{5}x^2 + \frac{-2}{3}x^3 &= \frac{3}{7}x - \frac{3}{-5}x^3(1 - \frac{2}{3}x) + \frac{5}{12}
\end{aligned}$$

EXERCICE 24

Dans chacun des cas résoudre l'équation $A = 0$.

1. $A = 4x^2 - 9$.
2. $A = (x - 1)^2 - 9$.
3. $A = (2x - 3)^2 - (x + 2)^2$.
4. $A = (x + 1)^2 - (4x + 1)^2$.

EXERCICE 25

Résoudre les équations suivantes

1. $4x^2 - 12x + 9 = 9$
2. $16x^2 + 16x + 4 = 4$
3. $(x - 3)^2 = 1$
4. $(2x + 1)^2 = 1$
5. $(2x - 1)(x + 3) = -3$
6. $(x + 1)(5x - 2) = -2$

EXERCICE 26

On pose $A = (2x + 3)(3x - 3) - (6x - 2)(2x + 3)$

1. Développer et réduire A .
2. Calculer A pour $x = 0$.
3. Factoriser A .
4. Résoudre l'équation $A = 0$.

EXERCICE 27

On pose $A = (3x + 5)^2 - (3x - 5)^2$

1. Développer et réduire A .
2. Calculer A pour $x = 30$.
3. Résoudre l'équation $A = 30$.

EXERCICE 28

On pose $A = 9x^2 + 30x + 25$

1. Calculer A pour $x = 0$.
2. Résoudre l'équation $A = 25$.
3. Factoriser A .
4. Résoudre l'équation $A = 0$.

EXERCICE 29

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

$$\begin{aligned}
x^2 &= 16 \\
x^2 &= -8 \\
(x + 2)^2 &= 9
\end{aligned}$$

EXERCICE 30

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

$$\begin{aligned}\frac{3x+5}{x-1} &= 0 \\ \frac{(2x+1)(x-3)}{x-4} &= 0 \\ \frac{x^2-9}{x+3} &= 0 \\ 1 - \frac{x+3}{x-3} &= \frac{2}{2-x}\end{aligned}$$

1.6 Inéquations**EXERCICE 31**

Résoudre, à l'aide d'un tableau de signes, les inéquations suivantes :

$$\begin{aligned}(x-3)(x-1) &\leq 0 \\ (x-9)(x-5) &< 0 \\ (2x+4)(3x-3) &\geq 0 \\ (15-5x)(x+1) &> 0 \\ (3x-4)(x+7) &> 0 \\ (2x-8)(10x+5) &< 0 \\ (2-x)(6x+3) &\geq 0 \\ (7-x)(6x+18) &\leq 0\end{aligned}$$

EXERCICE 32

Résoudre, à l'aide d'un tableau de signes, les inéquations suivantes :

$$\begin{aligned}\frac{2x+8}{x-9} &> 0 \\ \frac{6x+1}{7-x} &\geq 0 \\ \frac{x+5}{3x-5} &\leq 0 \\ \frac{-2x-10}{4-3x} &\geq 0\end{aligned}$$

EXERCICE 33

Résoudre, à l'aide d'un tableau de signes, les inéquations suivantes :

$$\begin{aligned}\frac{2x+8}{x-1} - 1 &> 0 \\ \frac{x+1}{3-x} + 2 &\geq 0 \\ \frac{x+4}{x-5} &\leq 2 \\ \frac{2x-10}{x-4} &\geq 3\end{aligned}$$

EXERCICE 34

Résoudre, à l'aide d'un tableau de signes, les inéquations suivantes :

$$\begin{aligned}\frac{x+1}{x-2} + 3 &< 0 \\ \frac{x+2}{x-2} &< 0\end{aligned}$$

$$\frac{x-3}{x-1} \leq 5$$

$$\frac{3x-3}{5-x} \leq 2$$

1.7 Équations du 2nd degré

EXERCICE 35

Résoudre les équations suivantes dans \mathbb{R} :

$$3x^2 - 6x - 2 = 0$$

$$2x^2 - x - 6 = 0$$

$$2x^2 - 3x + \frac{9}{8} = 0$$

$$x^2 + 3x + 10 = 0$$

$$\frac{x-2}{2x^2-3x-2} - \frac{x^2}{2x^2+13x+6} = 0$$

1.8 Problèmes

EXERCICE 36

Dans le lycée du frère de Robert, $\frac{4}{5}$ des terminales ont été reçus au bac et $\frac{36}{100}$ des reçus ont une mention. $\frac{13}{18}$ des mentions sont des mentions AB. $\frac{1}{6}$ des mentions "bien" et les autres sont des mentions "très bien". Quelle est la fraction de reçus n'ayant pas obtenu de mention ?

EXERCICE 37

Selon les dernières théories, l'Univers est constitué de 70% d'une mystérieuse énergie noire, d'un quart d'une non moins étrange matière noire, le reste constituant la matière ordinaire formant les étoiles, les planètes et les étudiants. Posez et résolvez l'équation permettant de calculer la fraction de matière ordinaire présente dans l'Univers

EXERCICE 38

Quel est l'inverse de $\frac{1}{3}$, de $-\frac{7}{13}$, de $-\frac{6}{19}$ et de $\frac{87}{100} \times 12$?

EXERCICE 39

Si on parcourt $\frac{13}{8}$ de longueur en 1 minute. Combien faut-il de temps pour parcourir 45 longueurs ?

EXERCICE 40

Si une brique de 1 litre de lait est remplie au cinq neuvièmes. Peut-on lui ajouter 50 cl ?

EXERCICE 41

Vrai ou faux ? $K = \frac{5}{6} + \frac{4}{9}$ et $L = \frac{13}{12} - \frac{4}{9}$. K est le double de L .

EXERCICE 42

Calculer la différence entre le tiers de quatre septièmes et le quotient de trois onzièmes par 7.

EXERCICE 43

Est-il exact que la somme de 1 et du produit de $\frac{3}{4}$ par $\frac{20}{9}$ est égale au quotient de $\frac{4}{5}$ par $\frac{3}{10}$?

EXERCICE 44

En venant à AMU, j'ai perdu les $\frac{1}{5}$ des cheveux que j'avais sur la tête ! En repartant de AMU, le quart de ce qui me restait est tombé ! Quelle fraction de cheveux me reste-t-il ?

EXERCICE 45

Soit n un entier strictement supérieur à 4. La fraction $\frac{n+17}{n-4}$ peut-elle être égale à un entier ?

EXERCICE 46

En utilisant la définition suivante $n! = 1 \times 2 \times \dots \times n$, trouver une écriture simple de la fraction suivante

$$\frac{1 \times 3 \times 5 \times 7 \times \dots \times (2n-1)}{2 \times 4 \times 6 \times 8 \times \dots \times 2n} \quad n \in \mathbb{N}^*$$

EXERCICE 47

Au XIII^e siècle, dans son traité mathématique *Liber Abaci*, le mathématicien Fibonacci pose le problème suivant : " Combien de couples de lapins obtiendrons-nous à la fin de l'année si, commençant avec un couple, chacun des couples produisait chaque mois un nouveau couple lequel deviendrait productif au second mois de son existence ? "

Les réponses constituent les nombres de la suite de Fibonacci : $1 - 1 - 2 - 3 - 5 - 8 - 13 - 21 - \dots$

1. Expliquer ce résultat et compléter la suite de nombres de Fibonacci pour 1^{ère} année.
2. Calculer les valeurs approchées à 10^{-3} près des quotients de deux nombres successifs de la suite de Fibonacci $\frac{1}{1}; \frac{2}{1}; \frac{3}{2}; \frac{5}{3}; \dots$ et comparer les résultats avec $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, le Nombre d'Or.
3. Prouver que φ est une solution de l'équation $x^2 - x - 1 = 0$
4. Même question avec l'équation $\frac{1}{x} - x + 1 = 0$

EXERCICE 48

1. Effectuer les calculs ci-dessous :

(a) $123^2 - 122^2 - 121^2 + 120^2$

(b) $45^2 - 44^2 - 43^2 + 42^2$

(c) $87^2 - 86^2 - 85^2 + 84^2$

Quelle remarque peut-on faire concernant les résultats ?

2. Choisir quatre nombres consécutifs et effectuer les mêmes calculs qu'à la question 1.
3. A l'aide des questions précédentes, écrire une conjecture.
4. Expliquer pourquoi la conjecture peut s'écrire ainsi :

$$(n + 3)^2 - (n + 2)^2 - (n + 1)^2 + n^2 = 4$$

5. Prouver que cette égalité est vraie pour tout nombre n entier et conclure.

EXERCICE 49

Un physicien souhaite connaître la profondeur approximative d'un gouffre avec de l'eau au fond. Il laisse tomber un caillou et il chronomètre la durée de la chute du caillou. Il arrête le chronomètre au moment où il entend "plouf", ce qui arrive au bout de $t = 7$ s.

Le gouffre est très profond, on doit tenir compte du temps mis par le son du "plouf" pour remonter de bas en haut.

On connaît la vitesse du son dans l'air : $v = 340 \text{ m.s}^{-1}$. On connaît la relation entre la distance x séparant le départ du caillou et son arrivée dans l'eau, et la durée de la chute t , à savoir $x = \frac{1}{2}gt^2$ avec $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$.

Écrire l'équation liant la hauteur du gouffre et le temps écoulé entre le lâché de la pierre et le bruit de la chute, et montrer qu'elle se ramène à une équation du second degré dont il faudra choisir soigneusement l'une des deux racines.

EXERCICE 50

Le pont de Bayonne (New Jersey, construit en 1931) relie les deux rives du *Kill van Kull* distantes de 511 mètres. Il peut être assimilé à un arc de parabole culminant, au milieu du fleuve, à 84 mètres de hauteur. Il supporte un tablier horizontal qui fait 343 mètres de long, et qui se trouve à une hauteur H au dessus-de l'eau. Écrire l'équation de la parabole représentant le pont, et en déduire H . On choisira un repère orthonormé adapté au problème.

EXERCICE 51

Discuter le nombre de points d'intersection du cercle de centre O et de rayon 1, à savoir de l'ensemble des points du plan dont les coordonnées (x, y) vérifient $x^2 + y^2 = 1$ et de la droite d'équation $y = ax + b$, où a et b sont deux réels.