

Géométrie et arithmétique 1

PARTIEL 1 - 9 OCTOBRE 2015

DURÉE : 2 HEURES. SANS DOCUMENTS NI CALCULATRICES

Exercice 1 Soit $E = \mathbb{R}^2$ ou \mathbb{R}^3 muni d'un produit scalaire et soient $u, v \in E$ deux vecteurs.

1. Rappeler les définitions de la colinéarité et de l'orthogonalité de u et v .
2. Montrer que si u et v sont non nuls et orthogonaux alors ils ne sont pas colinéaires.
3. Énoncer l'inégalité de Cauchy-Schwarz.

Exercice 2 Nous rappelons que *médiatrice* d'un segment est la droite orthogonale à ce segment et passant par son milieu.

Soient $A \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $B \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $C \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ trois points du plan.

1. Donner une équation paramétrique de la médiatrice m_{AB} du segment $[AB]$.
2. Soit $D \in m_{AB}$. Montrer que $\|\overrightarrow{AD}\| = \|\overrightarrow{BD}\|$.
3. Donner une équation cartésienne de la médiatrice m_{AC} du segment $[AC]$.
4. Trouver le point M d'intersection des médiatrices m_{AB} et m_{AC} .
5. Montrer que $\|\overrightarrow{AM}\| = \|\overrightarrow{BM}\| = \|\overrightarrow{CM}\|$.

Exercice 3 Soient $A \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $B \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $C \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $D \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$ quatre points de l'espace.

1. Vérifier que les trois points A , B et C ne sont pas alignés.
2. Donner une équation paramétrique du plan \mathcal{P} passant par ces trois points; puis une équation cartésienne.
3. Donner une équation paramétrique de la droite passant par le point D et orthogonale au plan \mathcal{P} .
4. Donner la distance du point D au plan \mathcal{P} .

Exercice 4 Considérons les points $A \begin{pmatrix} 10 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$ et $B \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ de \mathbb{R}^3 .

1. Trouver une équation cartésienne du plan \mathcal{P} qui contient la droite (AB) et qui est parallèle à l'un des plans d'équation $x = 0$, $y = 0$ ou $z = 0$.
2. Donner une équation paramétrique du plan \mathcal{P}' dont un vecteur générateur est orthogonal au plan \mathcal{P} et qui contient la droite (AB) .
3. Donner une équation cartésienne du plan \mathcal{P}' .
4. Donner une équation cartésienne et une équation paramétrique de la droite (AB) .