

## Géométrie et arithmétique 1

PARTIEL 1 - 9 OCTOBRE 2015

DURÉE : 2 HEURES. SANS DOCUMENTS NI CALCULATRICES

Exercice 1 Soit  $E = \mathbb{R}^2$  ou  $\mathbb{R}^3$  muni d'un produit scalaire et soient  $u, v \in E$  deux vecteurs.

1. Rappeler les définitions de la colinéarité et de l'orthogonalité de  $u$  et  $v$ .
2. Montrer que si  $u$  et  $v$  sont non nuls et orthogonaux alors ils ne sont pas colinéaires.
3. Énoncer l'inégalité de Cauchy-Schwarz.

Exercice 2 Nous rappelons que *médiatrice* d'un segment est la droite orthogonale à ce segment et passant par son milieu.

Soient  $A \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ ,  $B \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$  et  $C \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$  trois points du plan.

1. Donner une équation paramétrique de la médiatrice  $m_{AB}$  du segment  $[AB]$ .
2. Soit  $D \in m_{AB}$ . Montrer que  $\|\overrightarrow{AD}\| = \|\overrightarrow{BD}\|$ .
3. Donner une équation cartésienne de la médiatrice  $m_{AC}$  du segment  $[AC]$ .
4. Trouver le point  $M$  d'intersection des médiatrices  $m_{AB}$  et  $m_{AC}$ .
5. Montrer que  $\|\overrightarrow{AM}\| = \|\overrightarrow{BM}\| = \|\overrightarrow{CM}\|$ .

Exercice 3 Soient  $A \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $B \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ ,  $C \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$  et  $D \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$  quatre points de l'espace.

1. Vérifier que les trois points  $A$ ,  $B$  et  $C$  ne sont pas alignés.
2. Donner une équation paramétrique du plan  $\mathcal{P}$  passant par ces trois points; puis une équation cartésienne.
3. Donner une équation paramétrique de la droite passant par le point  $D$  et orthogonale au plan  $\mathcal{P}$ .
4. Donner la distance du point  $D$  au plan  $\mathcal{P}$ .

Exercice 4 Considérons les points  $A \begin{pmatrix} 10 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$  et  $B \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$  de  $\mathbb{R}^3$ .

1. Trouver une équation cartésienne du plan  $\mathcal{P}$  qui contient la droite  $(AB)$  et qui est parallèle à l'un des plans d'équation  $x = 0$ ,  $y = 0$  ou  $z = 0$ .
2. Donner une équation paramétrique du plan  $\mathcal{P}'$  dont un vecteur générateur est orthogonal au plan  $\mathcal{P}$  et qui contient la droite  $(AB)$ .
3. Donner une équation cartésienne du plan  $\mathcal{P}'$ .
4. Donner une équation cartésienne et une équation paramétrique de la droite  $(AB)$ .