

Examen de Logique, M2 IMD, 3 décembre 2021

Durée : 2h. Tous documents autorisés.

Toutes les réponses doivent être justifiées.

Exercice 1. On définit les λ -termes :

$$t_1 = \lambda x. \lambda y. y x x,$$

$$t_2 = \lambda x. \lambda y. y x y \text{ et}$$

$$t_3 = \lambda x. \lambda y. y y y.$$

1. Parmi ces termes, lesquels sont typables avec des types simples ?
2. Donnez le graphe des β -réductions issues du terme $u := t_1 t_1$.
3. Le terme u est-il normalisable ? Est-il typable avec des types simples ?
4. Donnez le graphe des β -réductions issues du terme $v := t_3 t_3$.
5. Le terme v est-il normalisable ? Est-il typable avec des types simples ?
6. Donnez le graphe des β -réductions issues du terme $w := t_1 t_1 t_1$.
7. Le terme w est-il normalisable ? Est-il typable avec des types simples ?

Exercice 2.

1. Démontrez le théorème :

Si A est une tautologie qui n'utilise pas le connecteur \wedge , alors on peut démontrer A en calcul des séquents classique sans utiliser les règles (\wedge_g) ni (\wedge_d) .

2. Déduisez-en :

Si A est une tautologie qui n'utilise pas le connecteur \wedge , alors on peut démontrer A en déduction naturelle classique sans utiliser les règles (\wedge_i) , ni (\wedge_{eg}) , ni (\wedge_{ed}) .