

Exercices: déduction naturelle propositionnelle

Lionel Vaux Auclair

Logique et automates
M1 Mathématiques et applications, 2020–2021

Exercice 1. Donnez un arbre de déduction pour chacune des tautologies suivantes :

1. $A \wedge B \Rightarrow B \wedge A$;

2. $(A \vee B) \vee C \Rightarrow A \vee (B \vee C);$

3. $A \vee (A \wedge B) \Rightarrow A;$

4. $(A \Rightarrow C) \Rightarrow A \wedge B \Rightarrow C;$

5. $(A \vee B \Rightarrow C) \Rightarrow A \Rightarrow C;$

6. $(A \Rightarrow B) \vee (B \Rightarrow A)$;

7. $A \Rightarrow B \Leftrightarrow \neg A \vee B;$

8. $A \Rightarrow B \Leftrightarrow \neg B \Rightarrow \neg A;$

Exercice 2. (Re)Démontrez chacune des lois de De Morgan pour les connecteurs en déduction naturelle :

1. $\neg(A \vee B) \vdash \neg A \wedge \neg B$;

2. $\neg A \wedge \neg B \vdash \neg(A \vee B);$

3. $\neg(A \wedge B) \vdash \neg A \vee \neg B;$

4. $\neg A \vee \neg B \vdash \neg(A \wedge B)$;

5. $\neg(A \Rightarrow B) \vdash A \wedge \neg B;$

6. $A \wedge \neg B \vdash \neg(A \Rightarrow B);$

7. $\neg\neg A \vdash A$;

8. $A \vdash \neg\neg A$.

Dans quels cas avez-vous besoin de raisonner sur la vérité des formules ?