

L'informatique, c'est pas l'automatique

Lionel Vaux

Institut de Mathématiques de Luminy, Université d'Aix-Marseille, France

Forum des mathématiques de Marseille

4-5 avril 2013

Un ordinateur c'est...

Un ordinateur c'est...



domaine public, tiré de Wikimedia Commons

Un ordinateur c'est...



© Kristian Thy, CC-BY-2.0, tiré de Wikimedia Commons

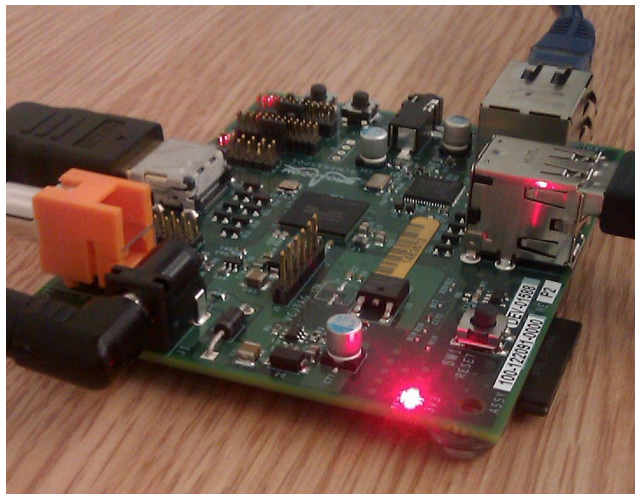
Un ordinateur c'est...

ce qui affiche cette présentation

Un ordinateur c'est aussi...
plus petit (mini-PC) :



Un ordinateur c'est aussi...
vraiment tout petit (Raspberry Pi) :



Un ordinateur c'est aussi...
très gros (IBM Blue Gene/P) :



Un ordinateur c'est aussi...

mon téléphone
et le vôtre aussi

Un ordinateur c'est aussi...



© ChtiTux, CC-BY-SA-2.0, tiré de Wikimedia Commons

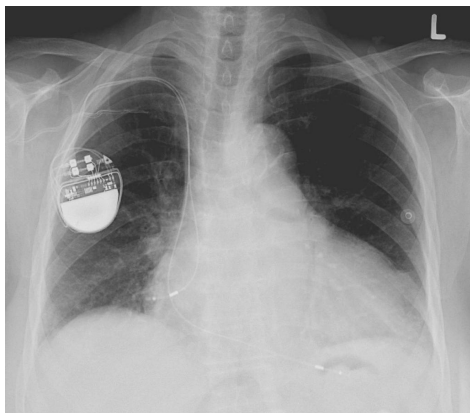
Un ordinateur c'est aussi...



© Jon 'ShakataGaNai' Davis, CC-BY-SA-3.0, tiré de Wikimedia Commons

Mais encore...

Ceci n'est pas un frigo :



© Lucien Monfils, CC-BY-SA-3.0, tiré de Wikimedia Commons

voir l'histoire de Karen Sandler

[http://www.framablog.org/index.php/post/2012/11/26/
un-coeur-gros-comme-ca](http://www.framablog.org/index.php/post/2012/11/26/un-coeur-gros-comme-ca)

Parle-t-on vraiment de la même
chose ?

Parle-t-on vraiment de la même
chose ?

un peu d'histoire s'impose

Un ordinateur c'était...

ZX Spectrum



domaine public, tiré de Wikimedia Commons

Un ordinateur c'était...

Apple II



Le premier ordinateur (?)

EDVAC (1949–1961) : électronique, binaire et programmable.

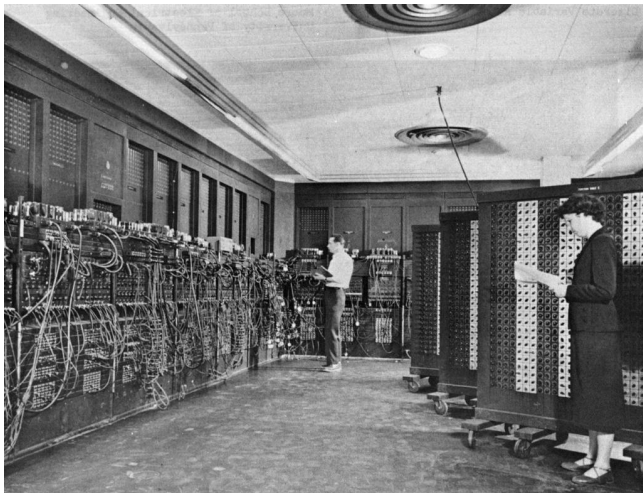


Sur la photo : John von Neumann et Robert Oppenheimer

domaine public, tiré de Wikimedia Commons

Le premier ordinateur (?)

ENIAC (1946–1955) : électronique, décimal et
« reconfigurable ».



Tentative de définition

Un ordinateur, c'est une machine
qu'on peut programmer.

Questions

Qu'est-ce que « programmer » ?

Questions

Qu'est-ce que « programmer » ?

un exemple...

Questions

Et qu'est-ce qu'une « machine » ?

Questions

Et qu'est-ce qu'une « machine » ?

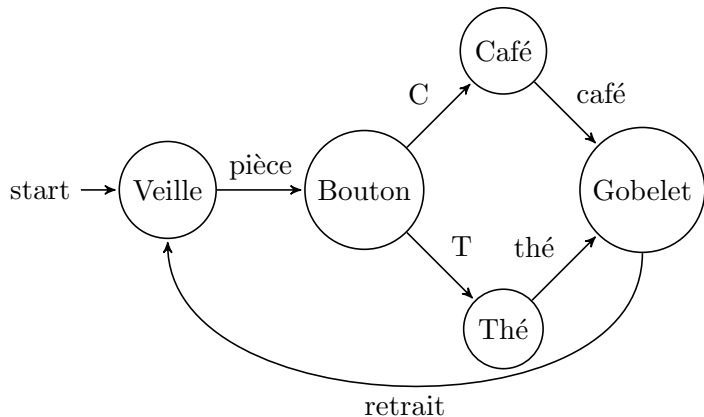
Une machine fonctionne de manière automatique.

Automates

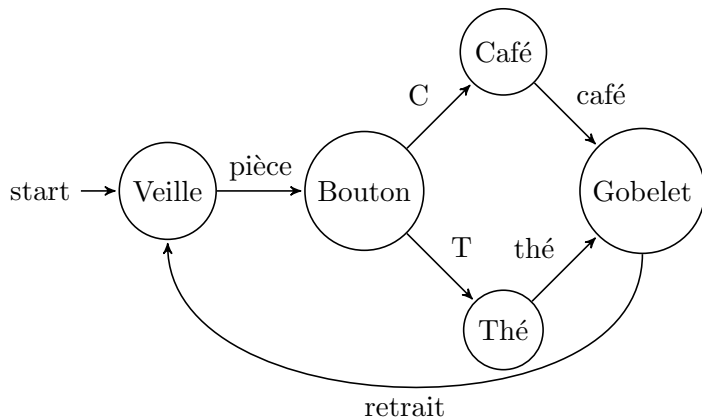


domaine public, tiré de Wikimedia Commons

Automates

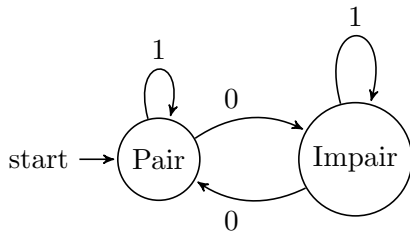


Automates



- ▶ un ensemble fini d'états
- ▶ des transitions guidées par la donnée à traiter

Automates



Exemple

il y a un nombre impair de 0 dans 1011010

Un ordinateur n'est pas une machine à café!

- ▶ entrées
- ▶ sorties
- ▶ mémoire

Un ordinateur n'est pas une machine à café!

- ▶ entrées
- ▶ sorties
- ▶ mémoire

Machines de Turing



Alan Turing (1912–1954)

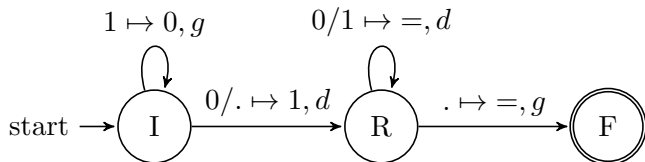
domaine public, tiré de Wikimedia Commons

Machines de Turing

On utilise un ruban sur lequel on lit et on écrit des caractères.

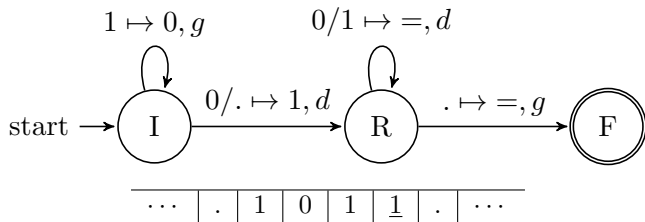
Machines de Turing

On utilise un ruban sur lequel on lit et on écrit des caractères.



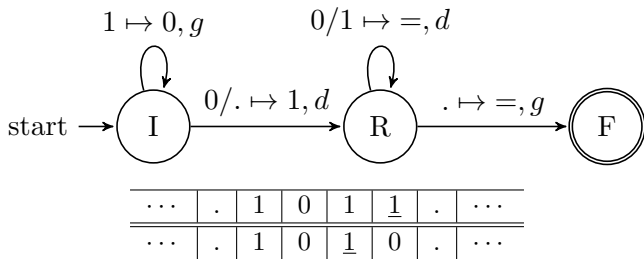
Machines de Turing

On utilise un ruban sur lequel on lit et on écrit des caractères.



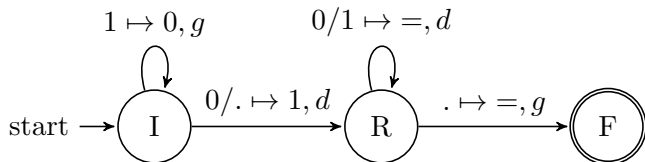
Machines de Turing

On utilise un ruban sur lequel on lit et on écrit des caractères.



Machines de Turing

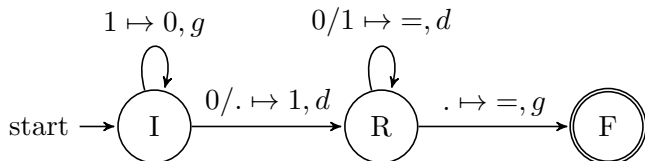
On utilise un ruban sur lequel on lit et on écrit des caractères.



...	.	1	0	1	<u>1</u>
...	.	1	0	<u>1</u>	0
...	.	1	<u>0</u>	0	0

Machines de Turing

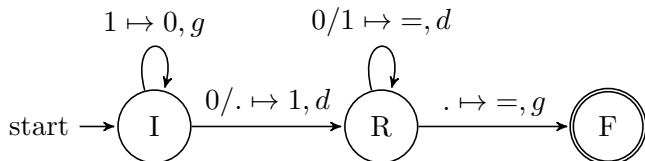
On utilise un ruban sur lequel on lit et on écrit des caractères.



...	.	1	0	1	<u>1</u>
...	.	1	0	<u>1</u>	0
...	.	1	<u>0</u>	0	0
...	.	1	1	<u>0</u>	0

Machines de Turing

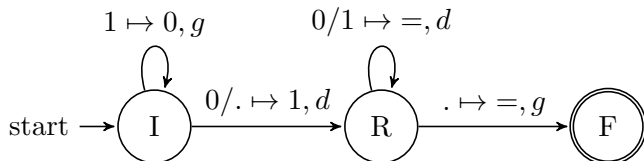
On utilise un ruban sur lequel on lit et on écrit des caractères.



...	.	1	0	1	<u>1</u>
...	.	1	0	<u>1</u>	0
...	.	1	<u>0</u>	0	0
...	.	1	1	<u>0</u>	0
...	.	1	1	0	<u>0</u>

Machines de Turing

On utilise un ruban sur lequel on lit et on écrit des caractères.



...	.	1	0	1	<u>1</u>
...	.	1	0	<u>1</u>	0
...	.	1	<u>0</u>	0	0
...	.	1	1	<u>0</u>	0
...	.	1	1	0	<u>0</u>
...	.	1	1	0	0	<u>.</u>	...

Pourquoi seulement des 0 et des 1 ?

On pourrait travailler avec un ensemble de symboles quelconque :

- ▶ les chiffres décimaux (ENIAC) : 0, 1, ... 9 ;
- ▶ tous les caractères disponibles sur un clavier ;
- ▶ un seul symbole (trou sur une carte) ;
- ▶ ...

Pourquoi seulement des 0 et des 1 ?

On pourrait travailler avec un ensemble de symboles quelconque :

- ▶ les chiffres décimaux (ENIAC) : 0, 1, ... 9 ;
- ▶ tous les caractères disponibles sur un clavier ;
- ▶ un seul symbole (trou sur une carte) ;
- ▶ ...

Est-ce que ça change quelque chose ?

Pourquoi seulement des 0 et des 1 ?

On pourrait travailler avec un ensemble de symboles quelconque :

- ▶ les chiffres décimaux (ENIAC) : 0, 1, ... 9 ;
- ▶ tous les caractères disponibles sur un clavier ;
- ▶ un seul symbole (trou sur une carte) ;
- ▶ ...

Est-ce que ça change quelque chose ?

Pas vraiment : on peut tout coder en binaire.

Exemple

0 \mapsto 0000, 1 \mapsto 0001, 2 \mapsto 0010, 3 \mapsto 0011, 4 \mapsto 0100, 5 \mapsto 0101,
6 \mapsto 0110, 7 \mapsto 0111, 8 \mapsto 1000, 9 \mapsto 1001.

Pourquoi seulement des 0 et des 1 ?

On pourrait travailler avec un ensemble de symboles quelconque :

- ▶ les chiffres décimaux (ENIAC) : 0, 1, ... 9 ;
- ▶ tous les caractères disponibles sur un clavier ;
- ▶ un seul symbole (trou sur une carte) ;
- ▶ ...

Est-ce que ça change quelque chose ?

Pas vraiment : on peut tout coder en binaire.

Exemple

0 \mapsto 0000, 1 \mapsto 0001, 2 \mapsto 0010, 3 \mapsto 0011, 4 \mapsto 0100, 5 \mapsto 0101,
6 \mapsto 0110, 7 \mapsto 0111, 8 \mapsto 1000, 9 \mapsto 1001.

mais ça va moins vite...

Pourquoi seulement un ruban ?

On pourrait travailler sur plusieurs rubans simultanément.

Pourquoi seulement un ruban ?

On pourrait travailler sur plusieurs rubans simultanément.

Est-ce que ça change quelque chose ?

Pourquoi seulement un ruban ?

On pourrait travailler sur plusieurs rubans simultanément.

Est-ce que ça change quelque chose ?

Pas vraiment : ça revient à changer les symboles.

...	.	1	<u>0</u>	0
...	.	.	0	1
...	.	.	0	<u>0</u>	0
...	.	1	<u>0</u>	.	0

↦

...	.	1	<u>0</u>	0
...	.	.	0	1
...	.	.	0	<u>0</u>	0
...	.	1	<u>0</u>	.	0

Pourquoi seulement un ruban ?

On pourrait travailler sur plusieurs rubans simultanément.

Est-ce que ça change quelque chose ?

Pas vraiment : ça revient à changer les symboles.

...	.	1	<u>0</u>	0
...	.	.	0	1
...	.	.	0	<u>0</u>	0
...	.	1	<u>0</u>	.	0

↦

...	.	1	<u>0</u>	0
...	.	.	0	1
...	.	.	0	<u>0</u>	0
...	.	1	<u>0</u>	.	0

mais ça va beaucoup moins vite...

Plus généralement

On peut trouver énormément de variantes des machines de Turing...

Plus généralement

On peut trouver énormément de variantes des machines de Turing. . . mais on peut chaque fois se ramener au cas binaire sur un ruban.

Plus généralement

On peut trouver énormément de variantes des machines de Turing. . . mais on peut chaque fois se ramener au cas binaire sur un ruban.

On y reviendra.

Que peut-on calculer avec une machine de Turing ?

Définition

On dit que la fonction f est calculée par une machine de Turing si :

- ▶ on écrit les nombres n_1, \dots, n_k en binaire sur k rubans ;
- ▶ on fait tourner la machine ;
- ▶ $f(n_1, \dots, n_k)$ est écrit en binaire sur le dernier ruban.

Théorème

Les opérations usuelles sont calculables : somme, multiplication, puissance, etc.

Que peut-on calculer avec une machine de Turing ?

Définition

On dit que la fonction f est calculée par une machine de Turing si :

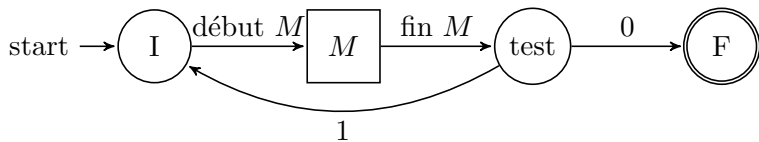
- ▶ on écrit les nombres n_1, \dots, n_k en binaire sur k rubans ;
- ▶ on fait tourner la machine ;
- ▶ $f(n_1, \dots, n_k)$ est écrit en binaire sur le dernier ruban.

Théorème

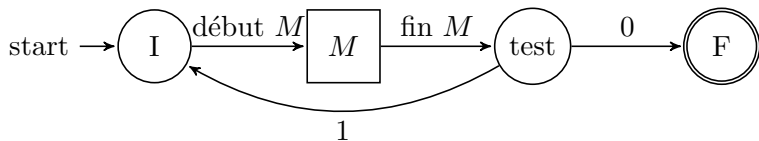
Les opérations usuelles sont calculables : somme, multiplication, puissance, etc.

Mais un ordinateur n'est pas qu'une calculette !

Boucles



Boucles



C'est la « boucle » **tant que**.

Machine universelle

On peut décrire une machine de Turing sur un ruban utilisant les symboles :

$$() , 0 1 / \mapsto$$

Théorème

Il existe une machine de Turing U qui calcule la fonction

code de la machine $M \mapsto$ résultat de l'exécution de la machine M

Cette machine U **simule** M en suivant sa description.

Machine universelle

On peut décrire une machine de Turing sur un ruban utilisant les symboles :

$() , 0 1 / \mapsto$

Théorème

Il existe une machine de Turing U qui calcule la fonction

code de la machine $M \mapsto$ résultat de l'exécution de la machine M

Cette machine U **simule** M en suivant sa description.

En d'autres mots : **U exécute le programme M .**

Qu'est-ce qu'un ordinateur ?

Un ordinateur, c'est une machine
qu'on peut programmer.

Qu'est-ce qu'un ordinateur ?

Un ordinateur, c'est une machine
qu'on peut programmer.

Un ordinateur, c'est une machine de
Turing universelle.

Qu'est-ce qu'un ordinateur ?

Un ordinateur, c'est une machine
qu'on peut programmer.

Un ordinateur, c'est une machine de
Turing universelle.

ou quelque chose qui y ressemble

D'autres modèles de calcul

Non seulement il y a toute une variété de machines de Turing, mais il y a d'autres modèles de calcul :

- ▶ machines RAM (modèle de nos ordinateurs, Von Neumann)
- ▶ le λ -calcul (Alonzo Church)
- ▶ tous les langages de programmation
- ▶ les automates cellulaires (ex. : jeu de la vie de Conway)
- ▶ ...

D'autres modèles de calcul

Non seulement il y a toute une variété de machines de Turing, mais il y a d'autres modèles de calcul :

- ▶ machines RAM (modèle de nos ordinateurs, Von Neumann)
- ▶ le λ -calcul (Alonzo Church)
- ▶ tous les langages de programmation
- ▶ les automates cellulaires (ex. : jeu de la vie de Conway)
- ▶ ...

Ces modèles décrivent la même notion de calcul !

D'autres modèles de calcul

Non seulement il y a toute une variété de machines de Turing, mais il y a d'autres modèles de calcul :

- ▶ machines RAM (modèle de nos ordinateurs, Von Neumann)
- ▶ le λ -calcul (Alonzo Church)
- ▶ tous les langages de programmation
- ▶ les automates cellulaires (ex. : jeu de la vie de Conway)
- ▶ ...

Ces modèles décrivent la même notion de calcul !

Dans chacun de ces modèles il y a un programme universel !

D'autres modèles de calcul

Non seulement il y a toute une variété de machines de Turing, mais il y a d'autres modèles de calcul :

- ▶ machines RAM (modèle de nos ordinateurs, Von Neumann)
- ▶ le λ -calcul (Alonzo Church)
- ▶ tous les langages de programmation
- ▶ les automates cellulaires (ex. : jeu de la vie de Conway)
- ▶ ...

Ces modèles décrivent la même notion de calcul !

Dans chacun de ces modèles il y a un programme universel !

et un programme universel peut en simuler un autre...

Thèse de Church

« C'est la seule bonne notion de calcul. »



Alonzo Church (1903–1995)

I am a Mac / I am a PC...



I am a Mac / I am a PC...



... je suis un téléphone mobile

I am a Mac / I am a PC...



... je suis un téléphone mobile

... je suis un réfrigérateur très haut de gamme

I am a Mac / I am a PC...



- ... je suis un téléphone mobile
- ... je suis un réfrigérateur très haut de gamme
- ... je suis une machine universelle!