

Région
PACA



CULTURE
SCIENCE
PACA



Cité du Livre
AIX-EN-PROVENCE



Aix*Marseille
université

irem

CAP
MATHS



académie d'aix-marseille

VIVACY
LABORATOIRES



L'Arbre de Mai
HÔTEL - RESTAURANT

LA ROTONDE

ALPES PROVENCE

Agencement 3D

GRAND HÔTEL
ROI RENÉ

RR Les 29

Mais c'est quoi l'informatique?

ou L'informatique, derrière les clics

ou Pourquoi pas les informatiques?

Lionel Vaux

Institut de Mathématiques de Marseille (CNRS)
Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques
Université d'Aix-Marseille

4ème forum des mathématiques en pays d'Aix
8–9 janvier 2015

Un ordinateur c'est...

Un ordinateur c'est...



domaine public, tiré de Wikimedia Commons

Un ordinateur c'est...

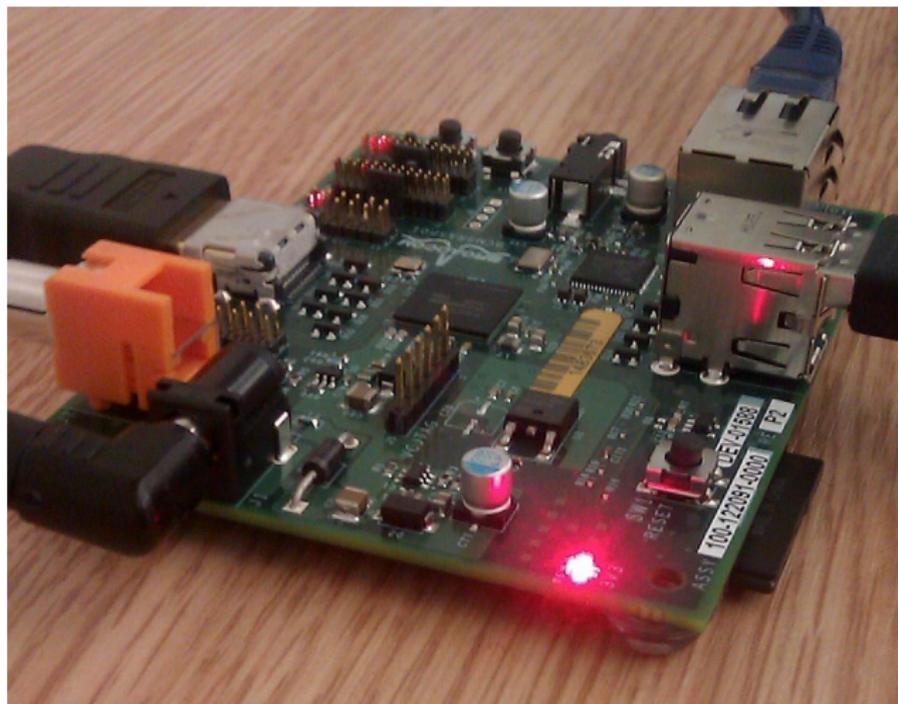


© Kristian Thy, CC-BY-2.0, tiré de Wikimedia Commons

Un ordinateur c'est...

ce qui affiche cette présentation

Un ordinateur c'est aussi...
vraiment tout petit (Raspberry Pi) :



Un ordinateur c'est aussi...
très gros (IBM Blue Gene/P) :



Un ordinateur c'est aussi...

mon téléphone
et le vôtre aussi

Un ordinateur c'est aussi...



© ChtiTux, CC-BY-SA-2.0, tiré de Wikimedia Commons

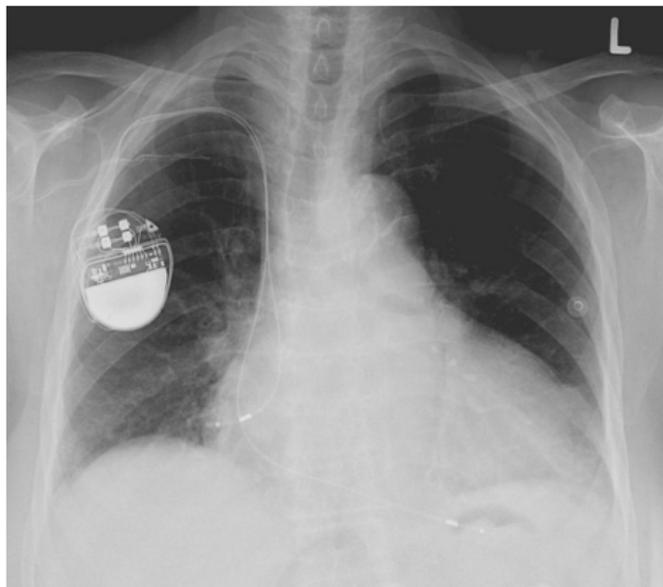
Un ordinateur c'est aussi...



© Jon 'ShakataGaNai' Davis, CC-BY-SA-3.0, tiré de Wikimedia Commons

Mais encore...

Ceci n'est pas un frigo :



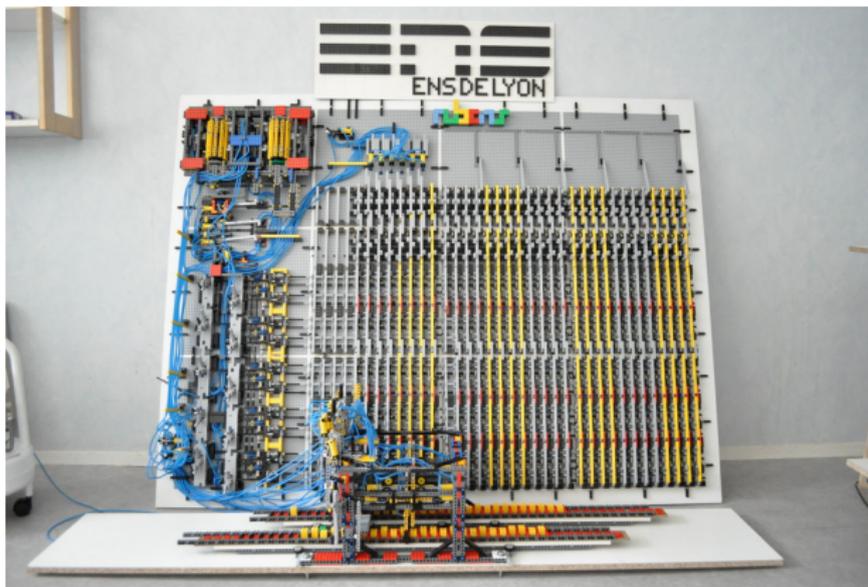
© Lucien Monfils, CC-BY-SA-3.0, tiré de Wikimedia Commons

voir l'histoire de Karen Sandler

<http://www.framablog.org/index.php/post/2012/11/26/un-coeur-gros-comme-ca>

Ou encore...

Ceci n'est pas un ordinateur nucléaire :



© Projet Rubens, ÉNS de Lyon, CC-BY

voir le site du projet <http://rubens.ens-lyon.fr/>

Parle-t-on vraiment de la même
chose ?

Parle-t-on vraiment de la même
chose ?

un peu d'histoire s'impose

Un ordinateur c'était...

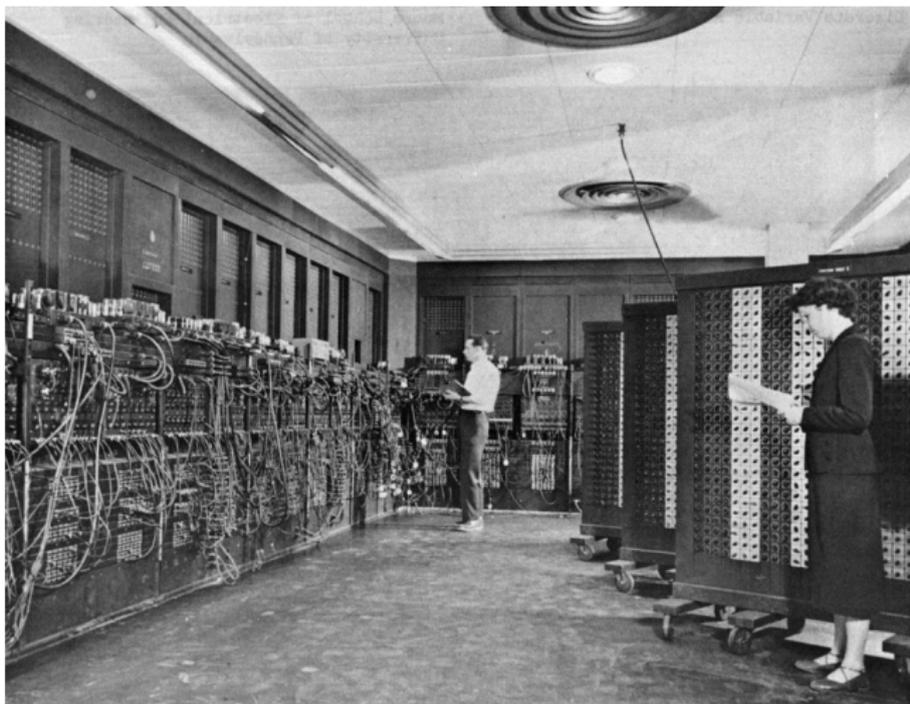
ZX Spectrum



domaine public, tiré de Wikimedia Commons

Le premier ordinateur (?)

ENIAC (1946–1955) : électronique, décimal et
« reconfigurable ».



Le premier ordinateur (?)

EDVAC (1949–1961) : électronique, binaire et programmable.



Sur la photo : John von Neumann et Robert Oppenheimer

Tentative de définition

Un ordinateur, c'est une machine
qu'on peut programmer.

Questions

Qu'est-ce que « programmer » ?

Questions

Qu'est-ce que « programmer » ?

un exemple...

Questions

Et qu'est-ce qu'une « machine » ?

Questions

Et qu'est-ce qu'une « machine » ?

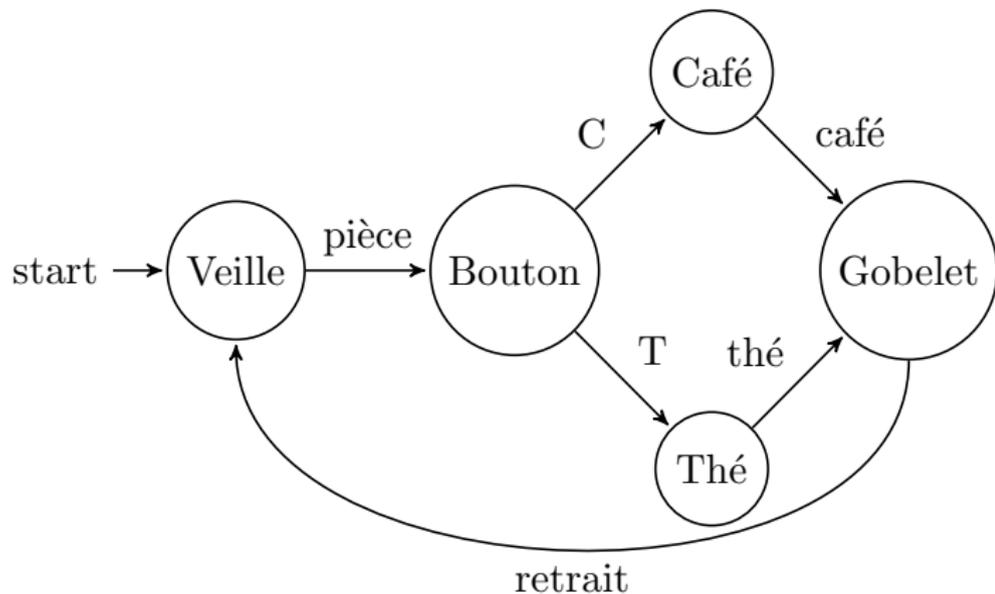
Une machine fonctionne de manière automatique.

Automates

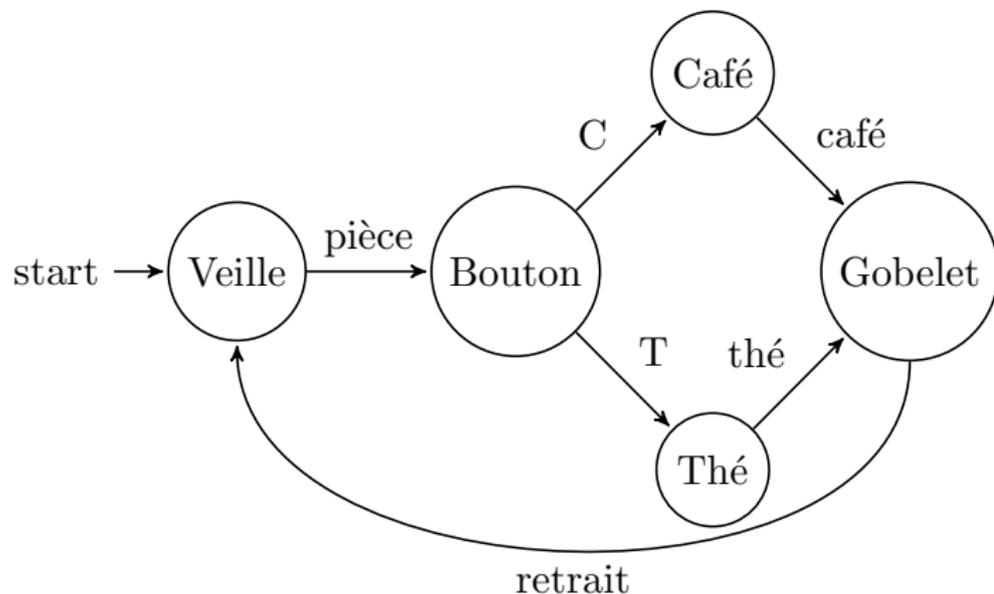


domaine public, tiré de Wikimedia Commons

Automates



Automates



- ▶ un ensemble fini d'états
- ▶ des transitions guidées par la donnée à traiter

Un ordinateur n'est pas une machine à café!

- ▶ entrées
- ▶ sorties
- ▶ mémoire

Un ordinateur n'est pas une machine à café!

- ▶ entrées
- ▶ sorties
- ▶ mémoire

Machines de Turing



Alan Turing (1912–1954)

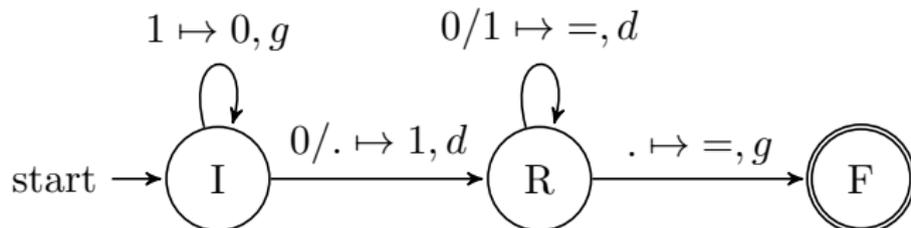
domaine public, tiré de Wikimedia Commons

Machines de Turing

On utilise un ruban sur lequel on lit et on écrit des caractères.

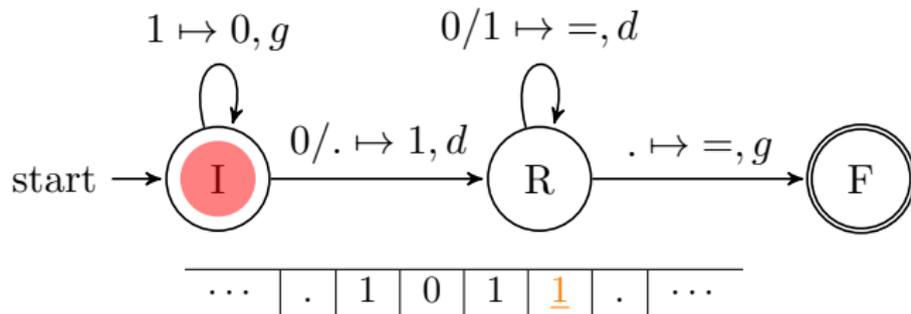
Machines de Turing

On utilise un ruban sur lequel on lit et on écrit des caractères.



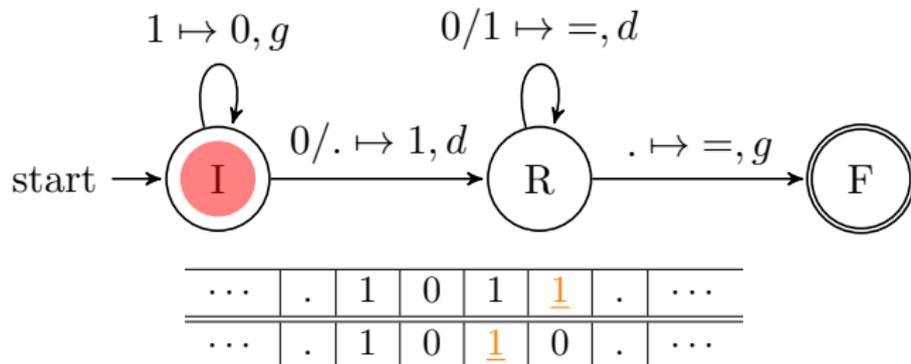
Machines de Turing

On utilise un ruban sur lequel on lit et on écrit des caractères.



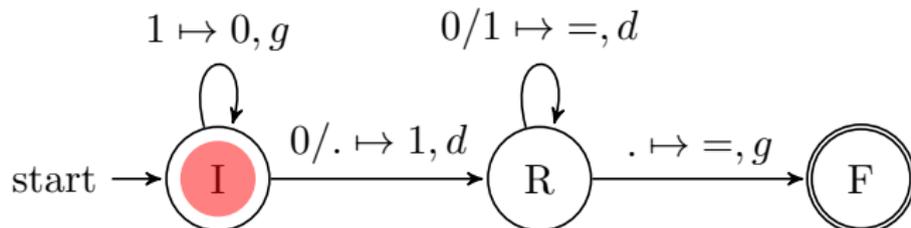
Machines de Turing

On utilise un ruban sur lequel on lit et on écrit des caractères.



Machines de Turing

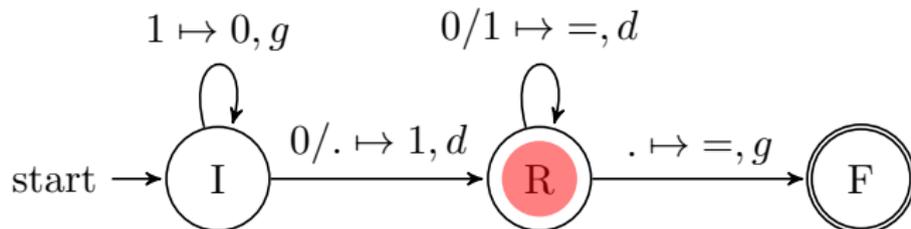
On utilise un ruban sur lequel on lit et on écrit des caractères.



...	.	1	0	1	<u>1</u>
...	.	1	0	<u>1</u>	0
...	.	1	<u>0</u>	0	0

Machines de Turing

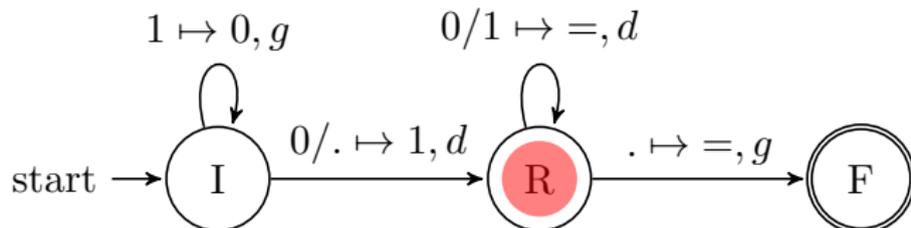
On utilise un ruban sur lequel on lit et on écrit des caractères.



...	.	1	0	1	<u>1</u>
...	.	1	0	<u>1</u>	0
...	.	1	<u>0</u>	0	0
...	.	1	1	<u>0</u>	0

Machines de Turing

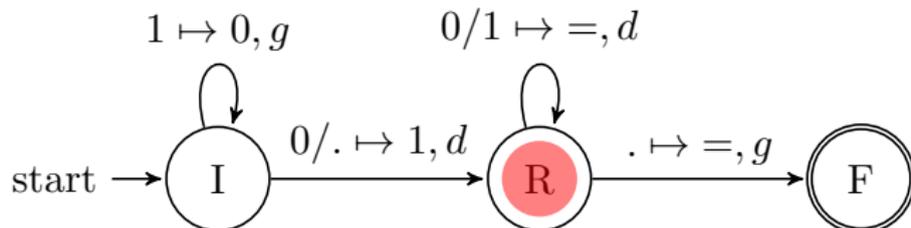
On utilise un ruban sur lequel on lit et on écrit des caractères.



...	.	1	0	1	<u>1</u>
...	.	1	0	<u>1</u>	0
...	.	1	<u>0</u>	0	0
...	.	1	1	<u>0</u>	0
...	.	1	1	0	<u>0</u>

Machines de Turing

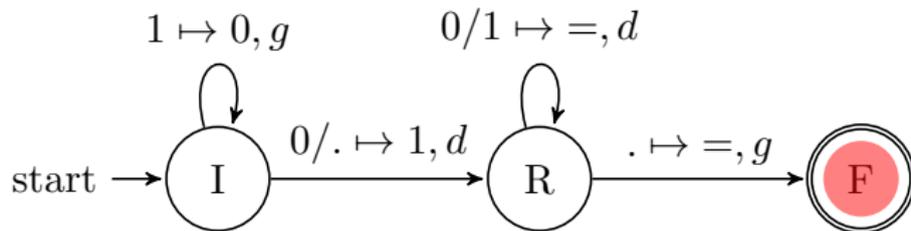
On utilise un ruban sur lequel on lit et on écrit des caractères.



...	.	1	0	1	<u>1</u>
...	.	1	0	<u>1</u>	0
...	.	1	<u>0</u>	0	0
...	.	1	1	<u>0</u>	0
...	.	1	1	0	<u>0</u>
...	.	1	1	0	0

Machines de Turing

On utilise un ruban sur lequel on lit et on écrit des caractères.



...	.	1	0	1	<u>1</u>
...	.	1	0	<u>1</u>	0
...	.	1	<u>0</u>	0	0
...	.	1	1	<u>0</u>	0
...	.	1	1	0	<u>0</u>
...	.	1	1	0	0
...	.	1	1	0	<u>0</u>

Pourquoi seulement des 0 et des 1 ?

On pourrait travailler avec un ensemble de symboles quelconque :

- ▶ les chiffres décimaux (ENIAC) : 0, 1, ... 9 ;
- ▶ tous les caractères disponibles sur un clavier ;
- ▶ un seul symbole (trou sur une carte) ;
- ▶ ...

Pourquoi seulement des 0 et des 1 ?

On pourrait travailler avec un ensemble de symboles quelconque :

- ▶ les chiffres décimaux (ENIAC) : 0, 1, ... 9 ;
- ▶ tous les caractères disponibles sur un clavier ;
- ▶ un seul symbole (trou sur une carte) ;
- ▶ ...

Est-ce que ça change quelque chose ?

Pourquoi seulement des 0 et des 1 ?

On pourrait travailler avec un ensemble de symboles quelconque :

- ▶ les chiffres décimaux (ENIAC) : 0, 1, ... 9 ;
- ▶ tous les caractères disponibles sur un clavier ;
- ▶ un seul symbole (trou sur une carte) ;
- ▶ ...

Est-ce que ça change quelque chose ?

Pas vraiment : on peut tout coder en binaire.

Exemple

0 \mapsto 0000, 1 \mapsto 0001, 2 \mapsto 0010, 3 \mapsto 0011, 4 \mapsto 0100, 5 \mapsto 0101,
6 \mapsto 0110, 7 \mapsto 0111, 8 \mapsto 1000, 9 \mapsto 1001.

Pourquoi seulement un ruban ?

On pourrait travailler sur plusieurs rubans simultanément.

Pourquoi seulement un ruban ?

On pourrait travailler sur plusieurs rubans simultanément.

Est-ce que ça change quelque chose ?

Pourquoi seulement un ruban ?

On pourrait travailler sur plusieurs rubans simultanément.

Est-ce que ça change quelque chose ?

Pas vraiment : ça revient à changer les symboles.

...	.	1	<u>0</u>	0
...	.	.	0	1
...	.	.	0	<u>0</u>	0
...	.	1	<u>0</u>	.	0

↦

...	.	1	$\hat{0}$	0
...	.	.	0	1
...	.	.	0	$\hat{0}$	0
...	.	1	$\hat{0}$.	0

Plus généralement

On peut trouver énormément de variantes des machines de Turing...

Plus généralement

On peut trouver énormément de variantes des machines de Turing... mais on peut chaque fois se ramener au cas binaire sur un ruban.

Que peut-on calculer avec une machine de Turing ?

Définition

On dit que la fonction f est calculée par une machine de Turing si :

- ▶ on écrit les nombres n_1, \dots, n_k en binaire sur k rubans ;
- ▶ on fait tourner la machine ;
- ▶ $f(n_1, \dots, n_k)$ est écrit en binaire sur le dernier ruban.

Théorème

Les opérations usuelles sont calculables : somme, multiplication, puissance, etc.

Que peut-on calculer avec une machine de Turing ?

Définition

On dit que la fonction f est calculée par une machine de Turing si :

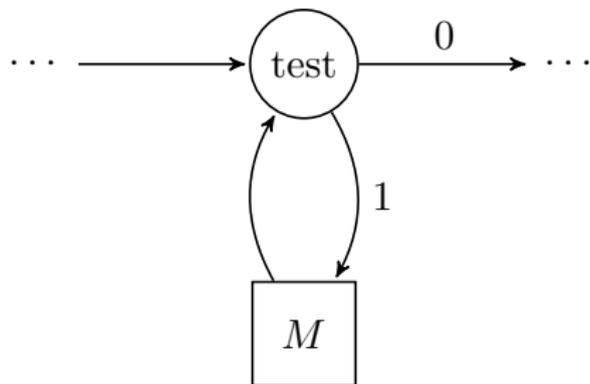
- ▶ on écrit les nombres n_1, \dots, n_k en binaire sur k rubans ;
- ▶ on fait tourner la machine ;
- ▶ $f(n_1, \dots, n_k)$ est écrit en binaire sur le dernier ruban.

Théorème

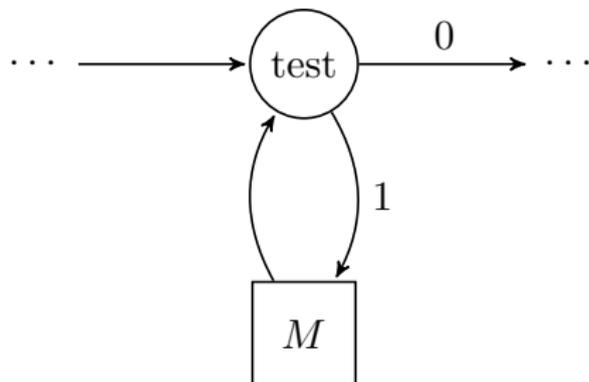
Les opérations usuelles sont calculables : somme, multiplication, puissance, etc.

Mais un ordinateur n'est pas qu'une calculette !

Boucles



Boucles



C'est la « boucle » :

tant que test faire M

Machine universelle

On peut décrire une machine de Turing sur un ruban en utilisant les symboles :

, ; 0 1

et en écrivant uniquement les transitions.

Par exemple pour celle de tout-à-l'heure

0,0,1,1,1;0,1,0,0,0;0,10,1,1,1;1,0,1,0,1;1,1,1,1,1;1,10,10,10,0

Théorème

Il existe une machine de Turing U qui calcule la fonction

(code de la machine M , code du ruban d'entrée) \mapsto

résultat de l'exécution de la machine M

Cette machine U **simule** M en suivant sa description.

Machine universelle

On peut décrire une machine de Turing sur un ruban en utilisant les symboles :

, ; 0 1

et en écrivant uniquement les transitions.

Par exemple pour celle de tout-à-l'heure

0,0,1,1,1;0,1,0,0,0;0,10,1,1,1;1,0,1,0,1;1,1,1,1,1;1,10,10,10,0

Théorème

Il existe une machine de Turing U qui calcule la fonction

(code de la machine M , code du ruban d'entrée) \mapsto

résultat de l'exécution de la machine M

Cette machine U **simule** M en suivant sa description.

En d'autres mots : U **exécute le programme** M .

Qu'est-ce qu'un ordinateur ?

Un ordinateur, c'est une machine
qu'on peut programmer.

Qu'est-ce qu'un ordinateur ?

Un ordinateur, c'est une machine
qu'on peut programmer.

Un ordinateur, c'est une machine de
Turing universelle.

Qu'est-ce qu'un ordinateur ?

Un ordinateur, c'est une machine
qu'on peut programmer.

Un ordinateur, c'est une machine de
Turing universelle.

ou quelque chose qui y ressemble

D'autres modèles de calcul

Non seulement il y a toute une variété de machines de Turing, mais il y a d'autres modèles de calcul :

- ▶ machines RAM (modèle de nos ordinateurs, Von Neumann)
- ▶ tous les langages de programmation
- ▶ les automates cellulaires (ex. : jeu de la vie de Conway)
- ▶ le λ -calcul (Alonzo Church)
- ▶ ...

D'autres modèles de calcul

Non seulement il y a toute une variété de machines de Turing, mais il y a d'autres modèles de calcul :

- ▶ machines RAM (modèle de nos ordinateurs, Von Neumann)
- ▶ tous les langages de programmation
- ▶ les automates cellulaires (ex. : jeu de la vie de Conway)
- ▶ le λ -calcul (Alonzo Church)
- ▶ ...

Ces modèles décrivent la même notion de calcul !

D'autres modèles de calcul

Non seulement il y a toute une variété de machines de Turing, mais il y a d'autres modèles de calcul :

- ▶ machines RAM (modèle de nos ordinateurs, Von Neumann)
- ▶ tous les langages de programmation
- ▶ les automates cellulaires (ex. : jeu de la vie de Conway)
- ▶ le λ -calcul (Alonzo Church)
- ▶ ...

Ces modèles décrivent la même notion de calcul !

Dans chacun de ces modèles il y a un programme universel !

D'autres modèles de calcul

Non seulement il y a toute une variété de machines de Turing, mais il y a d'autres modèles de calcul :

- ▶ machines RAM (modèle de nos ordinateurs, Von Neumann)
- ▶ tous les langages de programmation
- ▶ les automates cellulaires (ex. : jeu de la vie de Conway)
- ▶ le λ -calcul (Alonzo Church)
- ▶ ...

Ces modèles décrivent la même notion de calcul !

Dans chacun de ces modèles il y a un programme universel !

et un programme universel peut en simuler un autre...

Thèse de Church

« C'est la seule bonne notion de calcul. »



Alonzo Church (1903–1995)