

## Résumé de la thèse:

### « $\lambda$ -calcul différentiel et logique classique: interactions calculatoires »

Lionel Vaux

September 17, 2007

Cette thèse de théorie de la démonstration étudie les interactions entre le  $\lambda$ -calcul différentiel d'Ehrhard et Regnier [ER03] d'un côté, et certaines émanations calculatoires de la logique classique (le  $\lambda\mu$ -calcul de Parigot [Par92] pour la déduction naturelle, et le  $\bar{\lambda}\mu$ -calcul de Herbelin [Her95] pour le calcul des séquents).

L'étude est initiée et guidée par la décomposition de Curry-Howard-Girard desdits calculs dans des extensions de la logique linéaire [Gir87]: respectivement la logique linéaire différentielle d'Ehrhard (qu'on peut déduire de [Ehr01] et [Ehr05], mais qui n'a jamais été publiée en tant que système de déduction à notre connaissance), et la logique linéaire polarisée de Laurent [Lau02].

Dans une première partie, on définit un cadre commun pour ces extensions de la logique linéaire, dans le formalisme des réseaux d'interaction de Lafont [Laf95], et on y reformule des résultats de la littérature ou du folklore. En particulier, on rappelle la traduction du  $\lambda\mu$ -calcul et du  $\bar{\lambda}\mu$ -calcul dans les réseaux polarisés [Lau03] et celle d'une version finitaire du  $\lambda$ -calcul différentiel dans les réseaux d'interaction différentiels [ER05].

Dans la deuxième partie, on introduit les réseaux différentiels polarisés. On commence par définir les réseaux symétriques, comme l'extension par une polarisation à la Laurent des réseaux d'interaction différentiels. On souligne la pertinence de cette définition en exhibant un modèle dénotationnel commun aux réseaux différentiels et aux réseaux polarisés, qui guide les nouvelles règles d'interaction introduites dans les réseaux symétriques. On obtient les réseaux différentiels polarisés à partir des réseaux symétriques en leur ajoutant la règle de promotion de la logique linéaire polarisée.

Enfin, on présente trois calculs de termes, chacun pouvant être considéré comme une lecture en arrière de tout ou partie des interactions définies par les réseaux différentiels polarisés:

- (i) Un  $\lambda\mu$ -calcul différentiel, déjà introduit dans [Vau07b], qui correspond à la réunion des réseaux différentiels et des réseaux polarisés.
- (ii) Un  $\bar{\lambda}\mu$ -calcul avec produit de convolution sur les piles, déjà introduit dans [Vau07a], qui fait intervenir les équations de bigèbre sur les types polarisés introduites dans les réseaux symétriques, mais pas la dérivée.

- (iii) Un  $\bar{\lambda}\mu$ -calcul différentiel qui développe toute l'expressivité des réseaux différentiels polarisés.

## References

- [Ehr01] Thomas Ehrhard. On Köthe sequence spaces and linear logic. *Mathematical Structures in Computer Science*, 12:579–623, 2001.
- [Ehr05] Thomas Ehrhard. Finiteness spaces. *Mathematical Structures in Comp. Sci.*, 15(4):615–646, 2005.
- [ER03] Thomas Ehrhard and Laurent Regnier. The differential lambda-calculus. *Theoretical Computer Science*, 309:1–41, 2003.
- [ER05] Thomas Ehrhard and Laurent Regnier. Differential interaction nets. *Electr. Notes Theor. Comput. Sci.*, 123:35–74, 2005.
- [Gir87] Jean-Yves Girard. Linear logic. *Theor. Comput. Sci.*, 50:1–102, 1987.
- [Her95] Hugo Herbelin. *Séquents qu'on calcule*. Thèse d'université, Université Paris 7, 1995.
- [Laf95] Yves Lafont. From proof nets to interaction nets. In J.-Y. Girard, Y. Lafont, and L. Regnier, editors, *Advances in Linear Logic*, pages 225–247. Cambridge University Press, 1995.
- [Lau02] Olivier Laurent. *Etude de la polarisation en logique*. Thèse de doctorat, Université Aix-Marseille II, March 2002.
- [Lau03] Olivier Laurent. Polarized proof-nets and  $\lambda\mu$ -calculus. *Theoretical Computer Science*, 290(1):161–188, January 2003.
- [Par92] Michel Parigot.  $\lambda\mu$ -calculus: An algorithmic interpretation of classical natural deduction. In *LPAR '92: Proceedings of the International Conference on Logic Programming and Automated Reasoning*, pages 190–201, London, UK, 1992. Springer-Verlag.
- [Vau07a] Lionel Vaux. Convolution  $\bar{\lambda}\mu$ -calculus. In Simona Ronchi Della Rocca, editor, *TLCA*, volume 4583 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 381–395. Springer, 2007.
- [Vau07b] Lionel Vaux. The differential  $\lambda\mu$ -calculus. *Theor. Comput. Sci.*, 379(1-2):166–209, 2007.