Dpt GEII Marseille 1A[1] **.** *2020-2021*

MATHÉMATIQUES. Devoir surveillé n$^{\text{O}}$1 (1h30)

Remarques- Un très grand soin devra être apporté à la rédaction. Pas de téléphone portable.
Tout résultat non justifié ne sera pas pris en considération.
Devoir noté sur 22 mais pas de note supérieure à 20

Exercice 1 : *6 points*
Écrire les nombres complexes suivants sous forme exponentielle :
$z_1 = 6j$
$z_2 = -je^{j\frac{\pi}{5}}$
$z_3 = \sqrt{6} - j\sqrt{2}$
$z_4 = \dfrac{(2e^{ja})^2}{3e^{3j}}$ (où $a \in \mathbb{R}$).

Exercice 2 : *5 points*
Soit k un nombre réel.

1 °) Résoudre l'équation $\dfrac{z-2}{z-1} = kj$.

2 °) Montrer que si z est solution de l'équation ci-dessus, alors : $\left|z - \dfrac{3}{2}\right| = \dfrac{1}{2}$.

3 °) Soit z un nombre complexe différent de 1 . Montrer que si $\dfrac{z-2}{z-1}$ est imaginaire pur, alors le point d'affixe z est sur un cercle dont on donnera le centre et le rayon.

Exercice 3 : *5 points*
Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations d'inconnues z suivantes :

1 °) $z^4 = e^{4+3j}$
2 °) $e^z = 2e^{4j}$
3 °) $z^2 - j\sqrt{2}z - j\dfrac{\sqrt{3}}{2} = 0$.

$TPSVP->$

1. M. Cristofol, E. Jalade, version 27/10/20,

Exercice 4 : *4 points*
Soit le polynôme $P(X) = X^4 - 4X^3 - 20X^2 - 4X - 21$.

1 °) Prouver à l'aide de deux méthodes que -3 est racine de $P(X)$.

2 °) Justifier le fait que -3 est racine simple de $P(X)$.

Exercice 5 : *2 points*
Calculer l'amplitude complexe du signal $x(t) = \cos(\omega t) + \cos(\omega t + 2\pi/3) + \cos(\omega t - 2\pi/3)$.
Que peut-on en déduire sur ce signal ?