



Institut Universitaire
de Technologie
Aix-Marseille Université

Département GEII

Année 2019/2020
9 Octobre 2019

MATHÉMATIQUES. Devoir surveillé 2A n°1 (2 Heures)

Remarques- Un très grand soin devra être apporté à la rédaction. Pas de téléphone portable ni de montre connectée.

Tout résultat non justifié ne sera pas pris en considération.

Exercice 1 : 12 points

On considère le système linéaire (S) suivant :

$$y(t) = (h \star x)(t) \text{ avec } h(t) = \frac{(\sin 2\pi t)}{\pi t} \star \frac{(\sin 4\pi t)}{\pi t}.$$

- 1 °) Calculer $H(\nu)$ transformée de Fourier de $h(t)$.
- 2 °) En déduire que $h(t) = \frac{(\sin 2\pi t)}{\pi t}$.
- 3 °) On considère $x(t) = 3 - 7 \cos(\pi t) + 8 \sin(3\pi t) + 10 \cos(5\pi t)$.
 - a) Donner la nature de ce signal.
 - b) Trouver sa période et sa fréquence.
 - c) Calculer $X(\nu)$
 - d) Calculer $Y(\nu)$
 - e) En déduire que $y(t) = 3 - 7 \cos(\pi t)$.
 - f) Calculer la puissance moyenne de $x(t)$ et celle de $y(t)$.
- 4 °) On considère maintenant que $x(t) = \frac{(\sin \pi t)^2}{(\pi t)^2}$.
 - a) Calculer $X(\nu)$
 - b) Calculer $Y(\nu)$
 - c) En déduire que $y(t) = x(t)$.

TPSVP- >

Exercice 2 : 4 points

Soit $f(x, y) = x^2 + 2y^2 - 2xy - 2y + 2$.

1 °) Trouver les points critiques de $f(x, y)$.

2 °) Prouver que $f(x, y)$ admet un extrémum.

On précisera sa nature.

3 °) En posant $u = x - 1$ et $v = y - 1$, prouver que $f(x, y) = (u - v)^2 + v^2 + 1$.

Retrouver le résultat précédent et en déduire si l'extrémum trouvé est global ou local?

Exercice 3 : 6 points

On considère les fonctions :

$$f(x, y) = \ln(2x + y) \text{ et } g(x, y) = xe^{x+2y}.$$

1 °) Donner le domaine de définition de g et tracer celui de f .

2 °) Calculer les dérivées partielles d'ordre un de f et d'ordre deux de g .

← ~~~~~→