

D.S 1
MA 1

Exercice 1 4 points

Trouver la forme exponentielle des nombres complexes suivants :

a) $z = -3j$ c) $z = -e^{-j\frac{\pi}{7}}$
b) $z = -1 + j$ d) $z = je^{j\frac{\pi}{5}}$

Exercice 2 2 points

Résoudre l'équation d'inconnue z :

$$e^z = -3$$

Exercice 3 4 points

On considère l'équation d'inconnue z : $z^2 - (1 + j)z + 2 - j = 0$.

1) a) Calculer Δ .

b) Justifier que l'équation possède deux solutions complexes différentes (on ne cherchera pas à les calculer pour le moment)

2) Vérifier que $(1 + 3j)^2 = \Delta$.

3) En déduire la forme algébrique des deux solutions de cette équation

Exercice 4 5 points

Soit $\alpha \in \left[0; \frac{\pi}{4}\right]$. On pose : $z = \frac{e^{j\alpha} + e^{3j\alpha}}{1 + e^{4j\alpha}}$.

1) Écrire $e^{j\alpha} + e^{3j\alpha}$ sous forme exponentielle.

2) Même question pour $1 + e^{4j\alpha}$.

3) En déduire que z est un réel strictement positif.

Exercice 5 2 points

Montrer que le polynôme $X^3 + X + 1$ divise $X^5 - X^4 + 2X^3 + 1$.

Exercice 6 3 points

On considère le polynôme $P(X) = 2X^3 + 7X^2 - 14X + 5$.

En remarquant que 1 est racine évidente de $P(X)$, factoriser ce polynôme en produit de polynômes de degré 1.