

TEST n°2

Mathématiques

Exercice 1

Factoriser le polynôme $P(X) = 2X^2 - 3X - 35$ en produit de deux polynômes irréductibles de $\mathbb{R}[X]$.

Exercice 2

Soit le polynôme $P(X) = 5X^3 - 26X^2 + 21X + 36$.

- Montrer que 3 est racine double de $P(X)$.
- En déduire la troisième racine de $P(X)$.

Exercice 3

Décomposer le polynôme $P(X) = X^3 + 8$ en produit de polynômes irréductibles de $\mathbb{R}[X]$.

Exercice 4

Soit a un nombre réel et $F_a(X) = \frac{2X^3 + X + a}{(X-1)(X-2)^2}$.

- Pour quelle(s) valeur(s) de a cette écriture est-elle irréductible ?
- On pose dans cette question $a = -3$.

a) Montrer que l'écriture irréductible de $F_{-3}(X)$ est $\frac{2X^2 + 2X + 3}{(X-2)^2}$.

b) Trouver la décomposition en éléments simple de $F_{-3}(X)$ sans oublier la partie entière !

Exercice 5

Procéder à la décomposition en éléments simples des fractions rationnelles suivantes. On admettra qu'elles sont écrites sous forme irréductibles et que la partie entière est nulle.

1) $F(X) = \frac{3X}{(X-1)(X+2)}$.

2) $F(X) = \frac{8X-4}{X^2(X^2+4)}$.

Exercice 6

Résoudre les équations suivantes :

$$6 - 2e^{3x} = 2.$$

$$\ln(2x+3) = 2 \ln(x).$$

$$\ln(2x-4) = 3.$$

$$\frac{e^x + 1}{e^x - 1} = 3$$