DEVOIR SURVEILLE n° 3 (1h 30)
MA2

Exercice 1

Résoudre les équations et inéquations suivantes :

- 1) $(2e^{3x}-1)(e^{2x}+1) > 0$ (se rappeler qu'une exponentielle est toujours positive)
- 2) $\ln(2x+1) \leq 5$
- 3) $\frac{1}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{1}{10}$ (on donnera l'expression de t à l'aide du paramètre $\tau > 0$.)

Exercice 2

- 1) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2-3x+5}{x^3+2x+9}$
- 2) a) Donner un équivalent en 0 de $\sin(3x)$ et $e^{2x}-1$.
b) En déduire $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x)}{e^{2x}-1}$..
- 3) a) Vérifier que $\forall x > 0, e^x x^4 - e^{2x} = e^{2x} \left(\frac{x^4}{e^x} - 1 \right)$
b) En déduire $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x x^4 - e^{2x}$

Exercice 3

Montrer en utilisant des nombres complexes bien choisis que $\frac{\pi}{4} + \arctan\left(\frac{2}{3}\right) = \arctan(5)$

Exercice 4

Représenter graphiquement la fonction f définie par l'expression $f(t) = tU(t) + (t-2)U(t-1)$.

Exercice 5

Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par l'expression $f(x) = \frac{2^x}{x}$.

- 1) Vérifier que $\forall x > 0, f(x) = e^{x \ln(2) - \ln(x)}$.
- 2) En déduire que f est dérivable et établir l'expression de sa dérivée sous la forme

$$f'(x) = \frac{(ax+b)2^x}{x^2} \text{ où } a \text{ et } b \text{ sont deux réels à déterminer.}$$

- 3) Montrer que f admet un minimum égal à $\ln(2) \cdot e^1$