

Ce sujet comporte trois exercices.

Exercice 1.

Pour diagnostiquer une maladie on utilise actuellement un examen de dépistage classique Dep_1 très répandu qui détecte en moyenne 85% des personnes malades.

Des chercheurs ont mis au point un nouvel examen de dépistage Dep_2 . Pour tester son efficacité, on l'expérimente sur 800 personnes atteintes de cette maladie. L'examen de dépistage se révèle positif chez 700 d'entre elles.

Avec un risque d'erreur de 5%, peut-on dire que les examens de dépistage Dep_1 et Dep_2 sont équivalents, c'est à dire qu'ils ont la même efficacité dans la détection de la maladie? Que conseillerez-vous dans le but d'améliorer le dépistage de la maladie en question?

Exercice 2.

On a comparé le nombre d'années de scolarité des policiers de deux grandes villes A et B d'une même région. Dans la ville A , sur les 17 policiers interrogés, la moyenne est de 14,9 années de scolarité, avec un écart-type (empirique modifié) de 1,5 ans. Dans la ville B , sur les 15 policiers interrogés, la moyenne est de 14,1 années de scolarité, avec un écart-type (empirique modifié) de 1,2 ans.

1. Peut-on accepter l'hypothèse que les écarts-types pour les deux populations de policiers sont égaux, au seuil de 5%? (On précisera les hypothèses nécessaires pour réaliser ce test).
2. On acceptera maintenant l'hypothèse des écarts-types égaux pour les deux populations. Y-a-t'il alors une différence statistiquement significative entre les niveaux d'éducation des policiers des deux villes? (On précisera également les hypothèses nécessaires pour réaliser ce test).

On donne le fractile à 95% de la loi $\mathcal{F}_{(16,14)}$ qui vaut 2,37, ceux à 2,5% et 97,5% de la même loi, qui valent respectivement 0,35 et 6,3, et le fractile à 97,5% de la loi $\mathcal{N}(0,1)$ qui vaut 1,96.

On réunit les deux échantillons précédents (policiers de la ville A et policiers de la ville B) en un seul échantillon de policiers de cette région.

3. Quelle est la taille de ce nouvel échantillon?
4. Calculer la moyenne empirique et l'écart-type empirique modifié pour ce nouvel échantillon.

Exercice 3.

On se demande si le salaire des français-es dépend de leur sexe. Le tableau suivant contient les effectifs de chaque tranche de salaire en fonction du sexe, relevé parmi un échantillon de 500 femmes et 500 hommes tirés au hasard dans la population active française.

Sexe / Salaire	< 1 000	1 000 - 2 000	2 000 - 4 000	> 4 000	Total
Femmes	168	81	209	42	500
Hommes	74	108	261	57	500
Total	242	189	470	99	1 000

1. Ecrire les hypothèses H_0 et H_1 que l'on veut tester.
2. Donner la formule de l'effectif que l'on observerait si salaire et sexe étaient indépendants.
3. Construire un tableau des effectifs théoriques.
4. Faire le test du χ^2 d'indépendance avec un seuil de 5%.

Indications : On introduira la variable statistique pertinente, précisera sa loi et le seuil de rejet avant de conclure.

On donne les quelques valeurs du fractile à 95% pour les lois du χ^2 à divers degrés de liberté :

- χ^2 à 1 d.d.l. : 3,84
- χ^2 à 2 d.d.l. : 5,99
- χ^2 à 3 d.d.l. : 7,81
- χ^2 à 4 d.d.l. : 9,49
- χ^2 à 5 d.d.l. : 11,07
- χ^2 à 6 d.d.l. : 12,59
- χ^2 à 7 d.d.l. : 14,07