

Initiation au logiciel Scilab

Conseil. Aidez-vous si besoin du document "Initiation au logiciel Scilab" qui vous a été distribué, et posez des questions...

Exercice 1

On note u , v et w les vecteurs suivants :

$$u = (1, -1, 2)^T, \quad v = (10, -1, 3)^T, \quad w = (5, -1, 4)^T.$$

Calculer $3u$, $\|u\|_2$, $2u - v + 5w$, $\|2u - v + 5w\|_1$, $\|w - 4v\|_\infty$.

Exercice 2

On définit les vecteurs u_1, u_2, u_3 et u_4 de \mathbb{R}^5 par

$$u_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 3 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad u_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad u_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ -1 \\ -6 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad u_4 = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Soit A la matrice dont les colonnes sont formées par les vecteurs u_1, u_2, u_3 et u_4 .

- 1) Quel est le rang de A ?
- 2) Même question si on remplace u_4 par le vecteur $(-3, 11, 4, 13, 4)^T$.
- 3) Déterminer le noyau de A .

Exercice 3

On note A , B et C les matrices suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -5 & 3 & 1 \\ -10 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 6 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 10 & -5 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Si possible :

- 1) Calculer les matrices AB , BA et AB^T .

- 2) Calculer les déterminants des matrices A , B et C .
- 3) Calculer les inverses des matrices A , B et C .
- 4) Calculer les valeurs propres de la matrice $E = AA^T$.
- 5) Quel est le rayon spectral de E ?
- 6) Déterminer les vecteurs propres de la matrice E .

Exercice 4

On pose

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 7 \\ -4 & 2 & 11 \\ 8 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 \\ 7 & 8 & 6 \\ 5 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Que font les instructions suivantes ?

$A.*B$, $A./B$, $A.^B$, $\cos(A)$

Exercice 5

1) Pour chacune des matrices

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 0.75 & 0. & 0.25 \\ 0. & 1. & 0. \\ 0.25 & 0. & 0.75 \end{pmatrix}$$

$$A_3 = \begin{pmatrix} 0.375 & 0 & -0.125 \\ 0 & 0.5 & 0 \\ -0.125 & 0 & 0.375 \end{pmatrix}, \quad A_4 = \begin{pmatrix} -0.25 & 0. & -0.75 \\ 0. & 1. & 0. \\ -0.75 & 0. & -0.25 \end{pmatrix},$$

calculer A_i^n pour $n = 100$ et $n = 101$.

2) Que vaut $\lim_{n \rightarrow +\infty} A_i^n$? Expliquer vos observations en diagonalisant chacune des matrices.

Exercice 6

Soient A et B les matrices définies par

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -5 & 5 & 1 \\ -10 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 & 7 \\ 6 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & -3 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

On note u la deuxième colonne de A et v la dernière ligne de B .

- 1) Définir u et v par extraction puis déterminer la matrice uv .
- 2) Observer l'effet des instructions suivantes ?

```
E=A(2:3,1:3)
find(E>0)
if find(E>0) then, s=1, else, s=0, end;
```

3) Observer l'effet des instructions suivantes ?

```
E==100
find(E==100)
if find(E==100) then, s=1, else s=0, end;
```

Exercice 7

Observer l'effet des instructions suivantes ?

```
for i=1:3:11, i, end;
u=[1,4,7,10]; for i=u, i, end;
v=1:3:11; for i=v, i, end;
```

Exercice 8

Soient les matrices A et B définies par

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 7 \\ -4 & 2 & 11 \\ 8 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 \\ -7 & 8 & 6 \\ -5 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Que font les instructions suivantes ?

```
v=[1, 2, 4, 7];
A(v)=A(v)+0.01;
B(v)=abs(B(v));
```

Exercice 9

Soit A la matrice et v le vecteur définies par

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 7 \\ -4 & 2 & 11 \\ 8 & 0 & 3 \\ 5 & 6 & 7 \end{pmatrix}, \quad v = (1 \ 2 \ 4 \ 7).$$

Que font les instructions suivantes ?

```
diag(A);
diag(v);
diag(diag(A));
```

Exercice 10

Soient la matrice A_n d'ordre n suivante :

$$A_n = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & \cdots & 0 \\ -1 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & -1 \\ 0 & \cdots & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

1) Que font les instructions suivantes ?

```
n=5;  
eye(n,n);  
ones(n-1,1);  
diag(ones(n-1,1),1);  
diag(ones(n-1,1),-1);
```

2) A l'aide des instructions de la question précédente, former la matrice A associée à $n = 5$.

3) A l'aide des fonctions `zeros` et `toeplitz` de Scilab, reformer la matrice A .

4) Que font les instructions suivantes ?

```
triu(A);  
tril(A);
```

Exercice 11

Soit $A = (A_{ij})$ la matrice et b le vecteur définies par

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 7 & 0 \\ -4 & 2 & 11 & 1 \\ 8 & 0 & 3 & 2 \\ 5 & 6 & 7 & 3 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix}.$$

1) Vérifier que la matrice A est inversible.

2) En tapant successivement les instructions `x=A\b` et `A*x-b`, caractériser x .

3) En tapant successivement les instructions `x=b'/A` et `x*A-b'`, caractériser x .

Exercice 12

Soit $A = (A_{ij})$ la matrice définie par

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 7 & 0 \\ -4 & 2 & 11 & 1 \\ 8 & 0 & 3 & 2 \\ 5 & 6 & 7 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ecrire l'instruction permettant de calculer la matrice B (de même taille que A) dont l'élément B_{ij} est égal à $f(A_{ij})$ dans les cas suivants :

- i) $f(x) = 2x^2 - 3x - 1$,
- ii) $f(x) = |2x^2 - 3x - 1|$,
- iii) $f(x) = (x - 1)(x + 4)$,
- iv) $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$.