

Décomposition SVD d'une matrice

Pour cette séance, on écrira les commandes dans un fichier 'SVD.sci', que l'on chargera ensuite par la commande `exec('SVD.sci')` tapée dans la fenêtre Scilab.

$$\text{Soit la matrice } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

L'objectif de cette séance est de visualiser l'image du disque unité de \mathbb{R}^2 par l'application linéaire dont la matrice dans la base canonique de \mathbb{R}^2 est A .

1) En utilisant la commande `svd` de Scilab, déterminer les matrices (de dimension 2) P , Q unitaires et D diagonale (à coefficients positifs ou nuls) telles que

$$A = QDP^*.$$

Quelles sont les valeurs singulières de A ? Déterminer avec Scilab les racines carrées (positives) des valeurs propres de la matrice A^*A et comparer.

2) Tracer le cercle unité en choisissant une bonne paramétrisation, puis tracer son image par l'application linéaire associée à A .

3) Tracer les axes de l'image par l'application linéaire associée à A du cercle unité de \mathbb{R}^2 .

Pour s'amuser:

4) Ecrire une suite d'instructions permettant d'afficher à l'écran 1000 points choisis "aléatoirement" dans le disque unité.

5) Ecrire une suite d'instructions permettant d'afficher à l'écran les images par l'application linéaire associée à A de 1000 points choisis "aléatoirement" dans le disque unité.

Pour les plus courageux:

6) Dessiner la sphère unité en dimension trois, et son image par la matrice

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

On regardera attentivement la syntaxe de la commande `plot3d` et on utilisera les coordonnées sphériques.